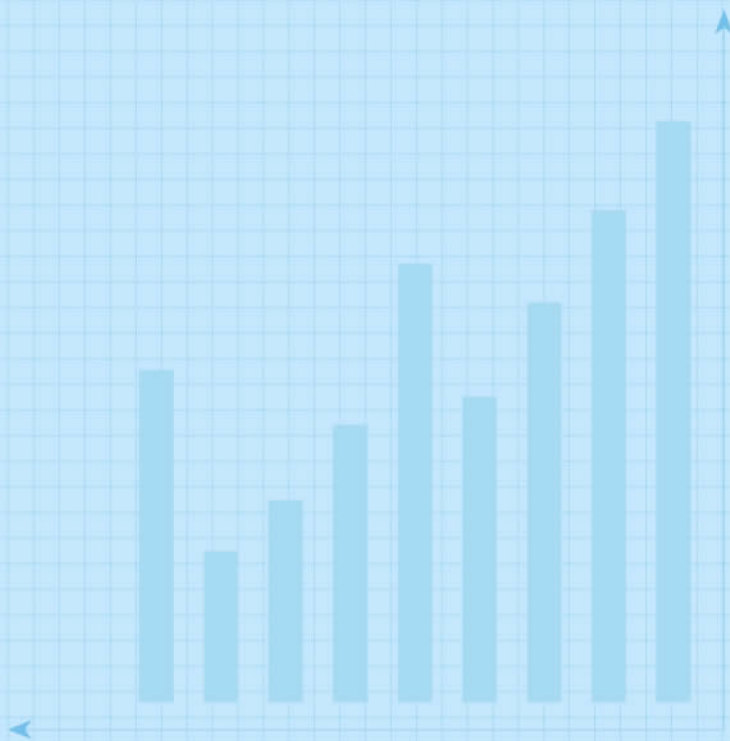


珠算基本乘法

学习目标

- 了解乘法的种类；
- 了解乘法的运算顺序；
- 熟悉乘法口诀；
- 掌握珠算乘法的定位方法；
- 掌握常用的珠算乘法；
- 重点掌握破头乘法及空盘前乘法。



求一个数的若干倍的运算方法称为乘法,这也是求若干个相同数之和的简捷算法。珠算乘法和笔算一样,是以加法为基础、依据乘法的“大九九口诀”(如表 6-1 所示)来完成运算的,因此,学好乘法的关键是必须具有熟练应用“大九九口诀”的能力并可以快速进行加法运算的能力。

第一节 珠算乘法原理

一、乘法的种类

珠算乘法按照不同标准可以分为不同种类。珠算乘法按运算顺序和置数位置不同,可分为后乘法和前乘法,后乘法有隔位后乘法和不隔位后乘法,不隔位后乘法又分为破头乘、留头乘、掉尾乘。

以上这些方法在运算时都要将被乘数入盘,统称置数乘法。此外还有不置数的乘法,即运算时乘数和被乘数均不入盘,而是把乘积直接拨入盘中,这种方法称为空盘乘法。空盘乘法又可分为空盘前乘和空盘后乘,在进行实际业务的操作中,可以根据业务的需要适当选择。

二、乘法的运算顺序

乘法的运算顺序因采用的方法不同而略有差异。如果采用前乘法,运算从左到右,先从被乘数的最高位乘起,依次乘到最低位;如果采用后乘法,运算从右到左,先从被乘数的最低位乘起,依次乘到最高位。

三、乘法口诀

珠算乘法和笔算乘法一样,都需要用乘法口诀。由于乘法有交换律,乘数和被乘数相互颠倒位置,不影响乘积,所以乘法口诀也就有了大九九和小九九。大九九包括乘数一至九与被乘数一至九相乘的 81 句口诀,而小九九省略了大数在前小数在后的 36 句,只有 45 句。

在珠算运算中,小九九只适合乘数数字小的算题,计算容易发生差错,大九九口诀能适应各种乘法算题,不用颠倒乘数和被乘数的位置便于默记乘数,使计算不易发生差错,因此要求一定要背熟大九九口诀。

“大九九”口诀每句 4 个字,由 4 个数组成,第一个数是乘数,第二个数是被乘数,后面的两个数是乘积,为了防止运算中加错档位,凡乘积是一位数的,十位积以“0”来代替,如二三 06,一五 05 等,而对于乘积的个位积是零的则要将数字值读出来,如一四 40,要读成“五八四零”,而不能读成“五八四十”。要保证口诀只念四个字,如六九 54,不可读成“六九五十四”,只能读成“六九五四”。

表 6-1 乘法“大九九”口诀表

×	一	二	三	四	五	六	七	八	九
一	一一 01	一二 02	一三 03	一四 04	一五 05	一六 06	一七 07	一八 08	一九 09
二	二一 02	ḡ 04	二三 06	ḡ 08	3 10	И 12	ḡ 14	к 16	л 18
三	三一 03	三二 06	三三 09	三四 12	3 15	三六 18	三七 21	三八 24	三九 27
四	四一 04	ě 08	四三 12	è 16	ī 20	í 24	ï 28	ì 32	ō 36
五	五一 05	l 10	五三 15	--- 20	--- 25	! 30	! 35	--- 40	--- 45
六	六一 06	六二 12	六三 18	六四 24	六五 30	六六 36	六七 42	六八 48	六九 54
七	七一 07	七二 14	七三 21	七四 28	七五 35	七六 42	七七 49	七八 56	七九 63
八	八一 08	八二 16	八三 24	八四 32	八五 40	八六 48	八七 56	八八 64	八九 72
九	九一 09	九二 18	九三 27	九四 36	九五 45	九六 54	九七 63	九八 72	九九 81

在这“大九九”口诀中,大数在前小数在后的纯“大九九”共 36 句,如表 6-2 所示。

表 6-2 乘法“纯大九九”口诀表

×	一	二	三	四	五	六	七	八
二	二一 02							
三	三一 03	三二 06						
四	四一 04	ě 08	四三 12					
五	五一 05	l 10	五三 15	--- 20				
六	六一 06	六二 12	六三 18	六四 24	六五 30			
七	七一 07	七二 14	七三 21	七四 28	七五 35	七六 42		
八	八一 08	八二 16	八三 24	八四 32	八五 40	八六 48	八七 56	
九	九一 09	九二 18	九三 27	九四 36	九五 45	九六 54	九七 63	九八 72

要求学生主要背诵“纯大九九”口诀,因为学生对纯大九九口诀不太熟悉。

第二节 珠算乘法的定位方法

定位法就是确定积的数位的方法。进行珠算乘法运算,当积是“0”时,用空档来表示,在盘上看不出答案,必须通过定位,才能得出准确答案。

例如, 250×4 和 0.0025×4 在算盘上出现的结果都 1,实际上前者的积是 1,000,而后的积是 0.001,可见掌握积的定位方法是正确进行珠算乘法运算不可缺少的环节。

学习定位法必须掌握确定数的位数方法。

一、数与数位

(一) 数的概念

数包括整数与小数。整数是正整数、零、负整数的统称。

小数包括纯小数和带小数。纯小数是指整数部分是零的小数。带小数是指整数部分是非零的小数。

凡是纯整数和整数带小数的,即整数部分不为零的称为正数位,有几位整数就是正几位,用符号(+)表示,如 $908(+3)$ 、 $90.8(+2)$ 、 $9.08(+1)$ 。

凡是纯小数且小数点与第一个有效数字之间有零的称为负数位,有几个零就是负几位,用(-)号表示,如 $0.0289(-1)$ 、 $0.00289(-2)$ 、 $0.0000289(-4)$ 。

凡是纯小数且小数点与第一个有效数字之间没有零(小数点后就是有效数字)的称为零数位,如 0.289 用符号(0)表示。

(二) 数位

乘积的定位通常是以被乘数和乘数的位数为依据。数的位数共分为正位数、负位数和零位数三类。

1. 正位数

一个数有几位整数,就称为正(+)几位。

2. 负位数

一个纯小数,小数点后到第一个有效数字之间有几个“0”,就称为负(-)几位。

3. 零位数

一个纯小数,小数点后到第一个有效数字之间没有零,就称为零(0)位。

数的位数与盘上的档位具有一一对应的关系。其中,数的正一位对应个位档,依次向左递增,向右递减。



课堂练习题

1. 指出下列各题的位数。

(1) 983.27 ()

(2) 0.00285 ()

(3) 0.47 ()

(4) $6,358.083$ ()

(5) $45,800$ ()

(6) 0.7645 ()

2. 根据指定的数位,写出下列各数的正确数位。

(1) $96,877$ (正三位)()

(2) 325 (负二位)()

(3) $34,278$ (正一位)()

(4) $6,874$ (零位)()

(5) 94 (正五位)()

(6) $39,278$ (正一位)()

二、积的定位法

乘法积的定位方法很多,下面主要介绍公式定位法和固定个位档定位法。

(一) 公式定位法

1. 公式定位法的具体内容

公式定位法是按照被乘数与乘数的位数,用一定的公式来确定积的数位方法。设 M 为被乘数的位数, N 为乘数的位数,从下面一组例题中可以得出积的定位规律。

$$(1) 7 \times 8 = 56。$$

$$(2) 41 \times 2 = 82。$$

上面的两道例题中,(1)的积的数位等于被乘数的位数(+1)加乘数的位数(+1)等于+2位。

(2)的积的位数是被乘数的位数(+2)加上乘数的位数(+1)还要减去1,即(+2)位,因此得出积的定位公式为:

$$M+N \quad (6-1)$$

$$M+N-1 \quad (6-2)$$

(1)满足 $M+N$,而(2)满足 $M+N-1$ 。

那么哪种情况适合用式 6-1,哪种情况适合用式 6-2 呢?应比较乘积的首位数与乘数、被乘数的首位数的大小来决定公式的选择。

先看(1),乘积的首位数是5,被乘数的首位数是8,乘数的首位数是7, $5 < 8 < 7$ 这种情况称为积首小,即积的首位数既小于乘数的首位数,也小于被乘数的首位数,那么对积首小的情况,定位公式就应当选择式 6-1,即 $M+N$ 。(2)中积的首位数是8,被乘数的首位数是4,乘数的首位是2, $8 > 4 > 2$ 这种情况称为积首大,即积的首位数既大于被乘数的首位数,也大于乘数的首位数,对于积首大的情况,定位公式就应选择式 6-2,即 $M+N-1$ 。

为了便于记忆,上述公式概括为两句话,即积首小,位相加($M+N$);积首大,加后减1($M+N-1$)。

2. 公式定位法在算盘上的应用

若用破头乘运算,算前从算盘左起第一档开始置被乘数;若用空盘前乘,则从左起第一档开始置乘积的首位积的十位积,算毕,若左起第一档有乘积,即不空,用($M+N$)定位,若左起第一档是空的,即前空,用 $M+N-1$ 定位,也可概括为两句话,即“数位相加,前空减1”。

下面举例说明公式的应用。

【例 6-1】 $436 \times 7 = 3,052$

积首 $3 < 4 < 7$,积首小,用 $M+N = (+3) + (+1) = +4$ 。

【例 6-2】 $215 \times 42 = 9,030$

积首 $9 > 2 > 4$,积首大,用公式 $M+N-1 = (+3) + (+2) - 1 = +4$ 。

【例 6-3】 $999 \times 999 = 998,001$

第一位相同,依次比较第二位;第二位也相同,再依次比较第三位;积的第三位是8,乘数与被乘数的第三位分别是9,因此是积首小,用 $M+N$ 定位 = $(+3) + (+3) = +6$ 。

【例 6-4】 $100 \times 100 = 10,000$

各位均相同视为积首大,用 $M+N-1$ 定位。

第三节 破头乘法

破头乘是先用被乘数的末位数字和乘数的首位数字相乘,由于被乘数的本档数字(正在运算的这一位)一开始就被改拨为乘积的十位积而被破坏掉,所以称为破头乘法。它属于置数乘法(也就是实盘乘)。

一、一位数破头乘法

1. 一位数乘法的概念

因为乘法具有交换律,所以乘法的两个因数中(乘数和被乘数)中只要有一个因数是一位有效数字(非零数字),就可以视为一位数乘法。

2. 一位数乘法的运算步骤

(1) 置数方法。置数有两种方法:一是用公式定位法,将被乘数从左起第一档入盘;二是用固定个位档定位法,将被乘数按 $M+N$ 档入盘。

(2) 运算顺序。用乘数去乘被乘数时,从被乘数的末位乘起,依次向左乘至被乘数的首位数为止,用图 6-1 表示如下。

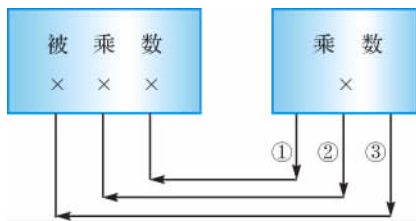


图 6-1 一位乘法的运算顺序

3. 加积档次

每乘一位,按乘法口诀改变算珠,将被乘数本档的算珠改为乘积的十位积,个位积加在十位积的右一档,如果乘积的十位积为零时,则拨去被乘数本档的算珠,以空档表示零,个位积加在右一档。

4. 读积

乘完后,盘上的数即为乘积,若用固定个位档定位,盘上的答案即正确答案;若用公式定位法,则看左起第一档是空档还是实档,空档用 $M+N-1$ 定位,实档用 $M+N$ 定位即可。

【例 6-10】 $324 \times 6 = 1,944$

用公式定位,将被乘数从左起第一档入盘,运算过程如下。

档 位	一档	二档	三档	四档	五档
被乘数入盘档位	三	二	四		
运算顺序 6×324	三 三 1	二 1 8	2 2	4	
答 案	1	9	4	4	

注：大写的“二、三、四”是被乘数，阿拉伯数字是乘积。

【例 6-11】 $237 \times 0.4 = 94.80$ （保留两位小数）

用固定个位档定位，将被乘数从 $M+N$ 档入盘，即 $(+3) + (0) = +3$ ，即从定好的个位档起向左移到 +3 位。运算过程如下所示。

档 位	+5	+4	+3	+2	▼ 0	-1
被乘数入盘档位	二	三	七			
运算顺序 4×237	二 二 0	三 1 8	2 2	8		
答 案		9	4	8		

定位：盘上答案即为正确答案，即 94.80。

二、多位数乘法

乘数和被乘数都是两位以上有效数字的乘法称为多位数乘法，多位数乘法的积的定位也可以分为固定个位定位法和公式定位法两种。

1. 置数

- (1) 用固定个位档定位法：按 $M+N$ 确定被乘数首位数入盘档位，默记乘数。
- (2) 按公式定位从左起第一档将被乘数入盘，默记乘数。

2. 运算顺序

先用被乘数的末位数字依次与乘数的第一位、第二位、第三位……相乘，一直乘到最后一位，乘完后再用同样的方法，用被乘数末二位数字依次与乘数的第一位、第二位……相乘，再用被乘数的末三位数字与乘数的第一位、第二位、第三位……相乘，直到乘完（乘完被乘数的首位数），如图 6-2 所示。

3. 加积档次

被乘数的末位数字与乘数的首位数字相乘时，首先要将被乘数的末位数字改作积的十位积，把个位积加在十位积的右一档，以下各位乘积递位叠加。规律是“乘数是第几位数，同被乘数相乘，其十位积在被乘数本档改，个位积就加在被乘数本档的右一档上”。在运算过

程中要根据“上位积的个位档即本位积的十位档”的规律,做到指不离开个位档,遇到乘数中间有零时,虽然不需要计算,但是手指要向右移动相应的档次,中间有几个“0”就移动几档。



图 6-2 运算过程

4. 读积

乘完后,若用的是固定个位档定位,盘上的积即正确答案;若用公式定位法定位,则看左起第一档是否有乘积来确定选用的公式进行定位。

【例 6-12】 $67 \times 843 = 56,481$

用固定个位档定位, $M+N = (+2) + (+3) = +5$,被乘数 67 从 +5 位入盘。
运算过程如下。

档 位	+6	+5	+4	+3	+2	▼	0
被乘数入盘档位	六	七					
运算顺序	六	5	6				
7×843	六		2	8			
	六		2	1			
	4	8					
6×843		2	4				
			1	8			
答案	5	6	4	8	1		

定位:个位积刚好在个位档上,为正五位积。

【例 6-13】 $0.689 \times 7.24 = 4.99$ (保留两位小数)

按公式定位法定位,将被乘数 689 从左一档入盘,运算过程如下。

档位	左一	左二	左三	左四	左五	左六
被乘数入盘档位	六	八	九			
9×724	六 六 六	八 八 八	6 1 3	3 8 6		
8×724	六 六 六	5	6 1 3	6 6 3		2
6×724	4	2 1	2 2	4		
答案	4	9	8	8	3	6

积首小,选择 $M+N$ 定位: $(0)+(+1)=+1$,保留两位小数后,正确答案是 4.99。

【例 6-14】 $0.406 \times 6.53 = 2.65$ (保留两位小数)

按公式定位法定位,将被乘数 406 从左一档入盘,运算过程如下。

档位	左一	左二	左三	左四	左五	左六
被乘数入盘档位	四	〇	六			
6×653	四 四 四	〇 〇 〇	3	6 3	0	1 8
4×653	2	4 2	0 1	2		
答案	2	6	5	1	1	8

积首小用公式 $M+N$ 定位, $(+1)+(0)=+1$,保留两位小数,所以答案是 2.65。

第四节 空盘前乘法

一、空盘前乘法的概念和特点

空盘前乘法不用在算盘上拨入被乘数与乘数,直接往上拨乘积,这样就能节省置数时间,减少拨珠动作。运算是从首位依次递位相加乘积,一般不会发生被乘数与乘数和乘积相互混淆的情况,由于此种方法简便易学,运算既快又准,所以是目前广泛应用的方法。

二、空盘前乘法的运算步骤及方法

1. 运算顺序

先以乘数首位数与被乘数的首位数、第二位、第三位……依次相乘到被乘数末位,再以同样的顺序以乘数的第二位、第三位……依次与被乘数的首位、第二位、第三位……统次相乘直至乘完。运算步骤如图 6-3 所示。

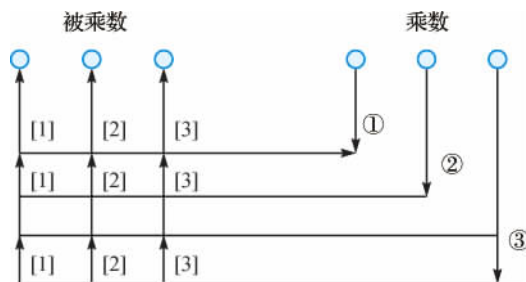


图 6-3 空盘前乘法的运算步骤

①表示第一位乘数与被乘数各位相乘。

②表示第二位乘数与被乘数各位相乘。

③表示第三位乘数与被乘数各位相乘。

[1]表示乘数与被乘数首位数相乘。

[2]表示乘数与第二位被乘数相乘。

[3]表示乘数与第三位被乘数相乘。

2. 加积档次

(1) 乘数与被乘数各位相乘时,其中第一步,即首位乘数与被乘数首位相乘,积的十位积从左起第一档入盘,个位积加在十位积的右一档,首位乘数与被乘数的第二位数相乘,积的十位积加在左起第二档上,个位积加在二位积的十位积的右一档,首位乘数与被乘数的第三位数相乘,积的十位积加在左起第三档上,个位积加在三位积的十位积的右一档,依此类推,总结起来,加积规律为:“上一位加积的个位档是下一位加积的十位档”。

(2) 第二位乘数与被乘数的首位数相乘时,其十位积从左起第二位起入盘,个位积加在右一档。

(3) 第三位乘数与被乘数首位数相乘,其十位积加在左起第三档,个位积加在右一档依

此类推。

(4) 在乘的过程中,每乘完一位乘积,右手食指就放在加完积的个位档上,这一档就是加下一位乘积的十位积的档位。

(5) 遇到被乘数中间带零的,在与乘数相乘的过程中,有零,手指自然向后移一档,也即下一位有效数字乘积的十位积向后移了一档。

3. 乘加结合

遇到乘数中有几位数字相同时,可以改变运算顺序,运用随加法,把相同乘数所得的乘积照加法运算,有几位相同数字加几次,只不过每加一次,其十位积后移一档,以此简化运算过程,提高运算速度。

4.

一般用公式定位法,即积首小, $M+N$;积首大, $M+N-1$ 。也可以用盘上公式定位,即“数位相加($M+N$),前空减一($M+N-1$)”。

5. 读积

乘完后,经定位就可得出正确答案。

三、空盘前乘法应注意的几个问题

(1) 熟记大九九口诀,但拨珠时应默读口诀而不出声。

(2) 加积时,要注意拨准档位,要做到“拨珠指不离档”,尤其不要离开积的个位档,首先要认准积的十位档,若积的个位积为0,就将手停在加0的档位上,下一次的十位积就加在0这一档上。

(3) 乘数或被乘数中间有零时,要注意防止串位。一般乘数中间有几个零,手指应自然向右移几档。

(4) 乘数与被乘数的选择。为了便于运算,运用空盘前乘法时,在乘法算式中,两因数中,尽量选择数位少或中间带0、1、2、5、9或有几位相同数字的因数作乘数,这样计算起来简便,而且准确率高。

【例 6-15】 $368 \times 274 = 100,832$

运算过程如下。

档位	一档	二档	三档	四档	五档	六档
2×368 第一档起加	0	6	1	2		
				1	6	
7×368 第二档起加		2	1			
			4	2		
				5	6	
4×368 第三档起加			1	2		
				2	4	
					3	2
答案	1	0	0	8	3	2

积首小,用 $M+N$ 定位为 100,832。

【例 6-16】 $6.97 \times 2.84 = 19.79$ (保留两位小数)

运算步骤如下。

档位	一档	二档	三档	四档	五档	六档	七档
2×697 第一档起加	1	2					
		1	8				
			1	4			
8×697 第二档起加		4	8				
			7	2			
				5	6		
4×697 第三档起加			2	4			
				3	6		
					2	8	
答案	1	9	7	9	4	8	

积首小,用公式 $M+N$ 定位,要求答案保留两位小数,则第三位要四舍五入,正确答案是 19.79。

【例 6-17】 $26.04 \times 3.04 = 79.16$

运算过程如下。

档位	一档	二档	三档	四档	五档	六档	七档
$3 \times 2,604$ 第一档起加	0	6					
		1	8				
				1	2		
$4 \times 2,604$ 第三档起加			0	8			
			2	4			
						1	6
答案		7	9	1	6	1	6

积首大,用 $M+N-1$ 定位,即 $(+2)+(+1)-1=+2$ 位,要求保留两位小数,则第三位要四舍五入,正确答案为 79.16。

第五节 留头乘法

一、留头乘法的概念和特点

留头乘法是后乘法的一种传统算法,也称抽身乘、挑心乘、穿心乘。留头乘法是指两数相乘时,先用乘数的第二位及其后位与被乘数的同一位相乘,最后才是乘数的首位与同一位被乘数相乘,因为首位一直留到最后才乘,所以称为留头乘法。留头乘法的优点是被乘数、乘数不用默记,比较直观,容易掌握。但留头乘法对乘数的取数码与读数顺序不一致,不能口念乘数进行运算,所以速度较慢。

二、留头乘法的运算步骤及方法

1. 置数

如果用公式定位法,被乘数从算盘左起第一档入盘;若用固定个位档定位法,被乘数从 $M+N$ 档入盘。

2. 运算顺序

在乘的过程中,先用乘数的第二位数、第三位数直至末位数,接着再用乘数的首位数先乘以被乘数的末位数,然后再是乘数的第二位数、第三位数直至末位数,最后再用首位数乘以被乘数的倒数第二位,……直到被乘数的第一位。运算顺序如图 6-4 所示。

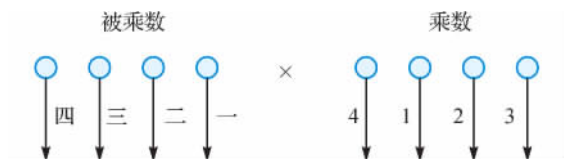


图 6-4 留头乘法的运算顺序

3. 加积档次

每次运算时,用乘数的第几位数去乘被乘数,其积数的个位数就加在该被乘数本档的右边第几档,积的十位数则相应加在其个位档的左一档上。当用乘数的首位数去乘被乘数时,将被乘数本档算珠改变为其乘积的十位数。

特别需要说明的是,运算过程中,如果满十不能进位时,只能默记,乘完后再补进。

4. 乘积

当用乘数乘完被乘数的首位数以后,反映在算盘上的数即乘积。乘完后,用公式定位或从盘上以固定个位档直接读答案。

【例 6-18】 $748 \times 938 = 701,624$

按公式定位法定位,将被乘数 748 从左起第一档入盘,运算过程如下。

档位	左一	左二	左三	左四	左五	左六
被乘数入盘档位	七	四	八			
8×938	七	四	八	2	4	
	七	四	八		6	4
			7	2		
4×938	七	四	1	2		
	七	四		3	2	
	七	3	6			
7×938	七	2	1			
	七		5	6		
	6	3				
答案	7	0	1	6	2	4

第六节 掉尾乘法

一、掉尾乘法的概念和特点

掉尾乘法又称尾乘法,是后乘法中的一种。掉尾乘法是指两数相乘时,依次用乘数的末位数至首位数去乘被乘数。由于这种方法的运算顺序与乘数读法相逆,运算不便,效率低,且这种方法不易定位,易出错,运算顺序从右到左,很不方便,所以这种方法极少使用。

二、掉尾乘法的运算步骤及方法

1. 置数

如果用公式定位法,被乘数从算盘左起第一档入盘。若采用固定个位法时,被乘数从 $M+N$ 档入盘。

2. 运算顺序

在乘的过程中,先用乘数的倒数第一位、第二位、第三位……直至用乘数的首位数先乘以被乘数的末位数,然后再用乘数的倒数第一位、第二位、第三位……直至用乘数的首位数乘以被乘数的倒数第二位……直到乘到被乘数的第一位。运算顺序如图 6-5 所示。

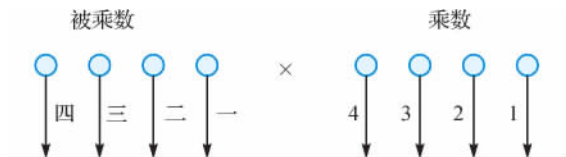


图 6-5 留头乘法的运算顺序

3. 加积档次

每次运算时,用乘数的第几位数去乘被乘数,其积数的个位数就加在该被乘数本档的右边第几档上,积的十位数则相应加在其个位档的左一档上。当用乘数的首位数去乘被乘数时,将被乘数本档算珠改变为其乘积的十位数。

特别需要说明的是,运算过程中,如果满十不能进位时,只能默记,乘完后再补进。

4. 乘积

乘完后,用固定个位档定位,盘上的乘积即正确乘积;若用公式定位法,则以积首的大或小选定公式,进而得出正确的乘积。

值得说明的是,此种方法虽然比较接近笔算乘法,但加积档次因为是在算盘上,加错的概率偏高,不宜常采用。

【例 6-19】 $721 \times 432 = 311,472$

按公式定位法定位,将被乘数 721 从左起第一档入盘,运算过程如下。

档位	左一	左二	左三	左四	左五	左六
被乘数入盘档位	七	二	一			
1×432	七	二	一			2
	七	二	一		3	
	七	二	一	4		
2×432	七	二			4	
	七	二		6		
	七	二	8			
7×432	七	二	1	4		
	七	2				
	2	8				
答案	3	1	1	4	7	2