

# 绪 论

传感器是人类探知自然界信息的触角。在当今信息社会中,传感器应用领域非常广泛,在国防、航空航天、交通运输、能源、农业、纺织、化工、生物医学等各个方面都发挥着重要作用。传感器与检测技术是集物理学、电子学、光学、材料学、自动化和测控技术等为一体的综合性技术,是当今世界各发达国家普遍重视且大力发展的高新技术之一,是信息学科的重要组成部分。

## 0.1 传感器与检测技术的地位和作用

在人类社会步入信息时代的今天,随着现代测量、控制和自动化技术的发展,传感器与检测技术已成为现代信息技术中不可缺少的主要技术,并且在各个领域中的作用也日益显著,对提高社会经济效益和生产水平、增强国防实力有举足轻重的作用。

在科学技术高度发达的现代社会中,人们在从事科学实验与生产等活动时,需要对信息进行采集、传输和处理。传感器处于研究对象和检测系统的接口位置,是感知、获取与检测信号的手段,为系统运行和处理提供必需的原始数据。如果没有各种精确可靠的传感器去检测各种原始数据并且提供真实的信息,则其他仪表与装置的精确度再高也是毫无意义的。

传感器是自动控制系统和信息系统的关键性基础器件,所以传感器技术的日新月异必将对科学技术的迅猛发展、人类生存环境的改变、国防实力的提高及向未来空间的拓展产生很大的影响。归纳起来,传感器具有以下作用和功能:

(1)测量与数据采集。测量与数据采集是传感器最基本的功能,大部分传感器都能实现测量与数据采集。

(2)检测和控制作用。检测控制系统处于何种状态,并由此跟踪和控制系统的状态。

(3)人体状态监测。利用传感器可以对人体表面及内部温度、血压、呼吸流量、心脑电波等进行高准确度的诊断,还可以对病人实行自动检测与监护。

(4)环境保护和资源探测。环保方面,可以用于对水质、大气污染的检测,放射性和噪声的测量等;资源探测方面,可以用于对地下矿产和深海石油等的探测。

(5)诊断与监控作用。传感器对所关心的信号进行采集分析,并由此判断装备工作是否正确。

(6)辅助性的观测器。仪器仪表元件是许多科研和工程技术的“耳目”,有时极端细微的信息仅靠人的感官或者一般电子设备已无法检测,必须借助配有相应的高精度传感器的大型检测系统方能检测。因此,某些传感器的发展是一些边缘科学研究和高新技术开发的先驱。

传感器的应用非常广泛,其重要性也非常突出。在“神舟”飞船上,装备着许许多多的检

## ■ 传感器与检测技术

测与控制系统,传感器测出飞船的飞行参数及发动机的工作状态等物理量,传送给自动控制系统,并进行调节,使飞船按人们预设的轨道运行。在机器制造业中,对于机床,以往往往只是对一些静态参数进行测量,但现在还要对一些动态性能进行测量,如切割状态下的动态稳定性和精度等,因此要利用有关传感器测量刀架、机床等有关部位的振动、机械阻抗等参数,检验其动态特性。

在人类的各项生产活动和科学实验中有各种各样的研究对象,若要从数量方面对它们进行研究和评估,则要通过代表其特性的物理量的检测来实现。而检测就是利用各种物理效应,选择恰当的方法和装置,将其中的有关特征信息通过各种测量方法赋予定性定量过程。能够自动地完成整个检测过程的技术称为自动检测技术。自动检测技术以信息的获取、转换、显示和处理为主要研究内容,现已成为一门完整的技术性学科。

检测是指在生产、科研、试验及服务各个领域,为了及时获得被测、被控对象的有关信息而实时或非实时地对一些参量进行定性检查和定量测量。检测系统的主要任务就是获得有用的信息,特别是从干扰中提取出来的信息,这就需要将传感器采集的信息进行大量的计算、分析和处理,故也称之为测试系统,它包含测试与实验两个方面的内容。检测技术以研究信息的获取、转换和处理等理论与技术为主要内容,涉及的领域十分广泛。在信息科学范畴中,检测属于信息技术的三大支柱(检测控制技术、通信技术和计算技术)之一。因此,在当今社会,现代化的检测技术在很大程度上决定了生产力和科学技术的发展水平,同时,科学技术的进步又不断为现代检测技术提供了新的理论基础和工艺思想。

## 0.2 现代检测系统的构成

### 0.2.1 传感器的定义

传感器最早源自“感觉”一词。人们可以用鼻子嗅而感觉到气味,用耳朵听而感觉到声音,用眼睛看而感觉到物体的形状、大小等,这些器官是人类感觉外界刺激所必须具备的,它们是最原始、最天然的传感器。从字面上讲,传感器不仅要对被测量敏感(“感”),而且要能够把它对被测量的响应传出去(“传”),传感即感受被测信息,并传出去。

根据中华人民共和国国家标准《传感器通用术语》(GB/T 7665—2005),传感器的定义是:能感受规定的被测量并按照一定的规律转换成可用输出信号的器件或装置。这里传感器的定义包含以下几个方面的内容:

- (1)传感器是一个测量装置,能完成检测任务。
- (2)在规定的条件下能感受被测量,可能是物理量,也可能是化学量、生物量等。
- (3)它的输出量是某种物理量,并且这种物理量要便于传输、转换、处理和显示等,一般主要是电量。

需要指出的是,传感器在不同的应用领域,它的称呼也不同。在控制领域中,用以表示可以将被测量转换为标准化信号输出的传感器称为变送器;在射线检测中,传感器又称发送器、探头等;在电子学领域中,则强调它是能感受信号电子元件,称为敏感元件。这些不同的称呼只是根据其用途对同一器件使用不同的术语而已,它们的本质是相同的。

目前,信息领域处在由电信息时代向光信息时代迈进的进程中,由于光信号比电信号具有更大的传输容量及更强的抗干扰能力,因此,在光信息时代,传感器的定义有可能会发展

为“将外界输入信号变换为可用光信号的元件”。

## 0.2.2 传感器的组成与分类

### 1. 传感器的组成

传感器一般由敏感元件、转换元件和转换电路三部分组成,如图 0.2.1 所示。

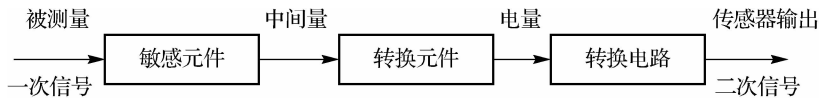


图 0.2.1 传感器的组成

(1)敏感元件。敏感元件是直接感受被测量,并输出与被测量成确定关系的某一物理量(一般为电量)的元件,如应变式压力传感器的弹性膜片就是敏感元件,它的主要作用是将压力转换为弹片的形变。

(2)转换元件。转换元件是能将敏感元件输出的非电量信号或直接将被测非电量信号转换成电量信号的元件,如应变式压力传感器中的应变片就是转换元件,它的作用是将弹性膜片的形变转换成电阻值的变化。

(3)转换电路。转换电路是能把转换元件输出的电信号转换为便于显示、记录、处理和控制的有用电信号的电路。传感器的输出信号一般比较微弱,可能还存在一定的非线性和误差,为了便于信号的进一步处理,还须配用适当的转换电路。转换电路的种类要视转换元件的类型而定,常用的电路有电桥、放大器、阻抗变换器、补偿器和振荡器等。

实际上,有些传感器结构很简单,仅由一个敏感元件(转换元件)组成,它感受被测量直接输出电量,如光电池等。有些传感器由敏感元件和转换元件组成,没有转换电路;有些传感器的转换元件不止一个,要经过若干次转换。

### 2. 传感器的分类

传感器的种类繁多,目前尚没有统一的分类方法。一个被测量可以用不同种类的传感器来测量。例如,温度既可以用热电阻测量,也可以用热电偶测量,还可以用光纤传感器测量;同一原理的传感器,通常又可以测量多种非电量,如电阻应变传感器既可以测量加速度,也可以测量压力等。传感器的分类方法很多,主要有以下几种。

#### 1)按输入被测量分类

按输入被测量分类的方法也即按照输入量的性质进行分类,表 0.2.1 给出了传感器输入的几类被测量和它们分别包含的被测量。

表 0.2.1 输入的被测量分类

被测量类别	被 测 量
热工量	温度、热量、比热、压力、真空度、风速、流速、流量等
机械量	位移、尺寸、形状、力矩、重量、质量、转速、加速度、频率等
物性和成分量	酸碱度(pH 值)、盐度、浓度、密度、黏度等
状态量	颜色、透明度、磨损量、气体泄漏、表面质量等

## ■ 传感器与检测技术

这种分类方法的好处是明确了传感器的用途,便于根据用途有针对性地查阅所需的传感器,故一般工程书籍和手册都是按此种方法分类的。

### 2)按工作原理分类

按传感器的工作原理分类的具体情况见表 0.2.2。

表 0.2.2 传感器按工作原理的分类

传感器分类		转换原理	传感器名称	典型应用
转换形式	中间结果参量			
电参数	电参数	金属的应变效应或半导体的压阻效应	电阻应变传感器、压阻传感器	微应变、力、负荷
		电阻的温度效应	热电阻传感器	温度、温差
		电阻的光电效应	光敏电阻	光强
		电阻的磁效应	磁敏电阻	磁场强度
		电阻的湿度效应	湿敏电阻	湿度
		电阻的气体吸附效应	气敏电阻	气体浓度
	电感	被测量引起线圈自感变化	自感传感器	位移
		被测量引起线圈互感变化	互感传感器	
		涡流的去磁效应	涡流传感器	位移、厚度
		压磁效应	压磁传感器	力、压力
	电容	改变电容间隙	电容传感器	位移、力
		改变电容极板面积		
		改变电容介电常数		湿度
	计数	利用莫尔条纹	光栅传感器	角位移、线位移
		改变互感	感应同步器	
		利用拾磁信号	磁栅	
	数字	数字编码	角度编码器	角位移
	电能量	电动势	热电效应	热电偶
电磁效应			磁电传感器	速度、加速度
霍尔效应			霍尔传感器	磁通、电流
光电效应			光电池	光强
电荷		压电效应	压电传感器	加速度、动态力
		光生电子空穴对	CCD 传感器	图像传感

### 3)按结构型和物性型分类

结构型传感器主要是通过机械结构的几何形状或尺寸的变化,将外界测量参数转换成相应的电阻、电感或电容等物理量的变化,从而检测出被测信号,此类传感器目前应用得最

为广泛;物性型传感器是利用某些材料本身物理性质的变化而实现测量的,它是以半导体或电解质等作为敏感材料的固态器件。

#### 4)按输出信号的性质分类

按输出信号的性质可以将传感器分为模拟式传感器和数字式传感器。

### 0.2.3 现代检测系统的构成

现代检测技术的一个显著特点是传感器采用电参量、电能量或数字传感器及微型集成传感器,信号处理部分采用集成电路和微处理器。检测系统可以理解为由许多环节组成的能实现对某一物理量进行测量的完整系统。检测系统在测量过程中,先由传感器将被测物理量从研究对象中检测出来并转换为电量,然后输出。现代检测技术包含了更多的后续处理技术,如根据需要对第一次变换后的电信号进行时域或频域处理,最后以适当的形式输出。信号的交换、处理和传输过程决定了检测系统的基本组成与它们之间的相互关系。一般来说,输入装置、中间变换装置和输出装置是一个检测系统的三个基本组成部分。检测系统的构成如图 0.2.2 所示。



图 0.2.2 检测系统的构成

(1)构成输入装置的关键部件是传感器。简单的传感器可能只由一个敏感元件组成,如测量温度的热电偶传感器;复杂的传感器可能包括敏感元件、转换元件甚至转换电路,有些智能传感器还包括微处理器。传感器与被测对象相接触,负责采集信号,位于整个检测系统的最前端,所以传感器的性能对整个测量结果具有决定性的影响。

(2)中间变换装置根据不同情况有很大的伸缩性变化。在简单的检测系统中,中间变换装置可能完全被忽略,将传感器的输出直接进行显示或记录。例如,在由热电偶和毫伏计组成的测温系统中就没有中间变换装置。对大部分检测系统而言,信号的变换包括放大或者衰减、滤波、激励、补偿、调制和解调等。功能强大的检测系统往往还要将计算机或微处理器等作为一个中间变换装置环节,以实现诸如数据采集、非线性校正等信号处理和消除系统误差或对随机误差进行处理等功能。远距离测量时,还要有数据传输通信等装置。在强电磁环境中还需要有隔离电路等。

(3)输出装置种类繁多,比较常见的有各种指示仪表、记录仪和显示器等。按输入这些仪器或仪表信号的不同,分为模拟输出装置和数字输出装置。

尽管现代检测系统所用的仪器种类和型号繁多,用途和性能也千差万别,但它们的作用都是对各种物理或化学成分等参量的检测。现代检测系统的应用类型大致可分为检测型和控制型,检测型又可分为基本型和标准接口型。检测型系统完成对被测参量测量的任务,对测量的精度要求比较高;控制型系统一般应用于闭环控制系统中,对快速、实时和可靠性要求比较高。

#### 1. 基本型检测系统

基本型检测系统一般由传感器、信号调理电路、数据采集系统、信号处理电路和信号输出装置等组成,完成对多点、多种参数的动态或静态测量任务。上述部分加上系统所需的

## ■ 传感器与检测技术

交、直流稳压电源和必要的输入设备(开关、按钮和键盘等),便组成了一个完整的检测系统,如图 0.2.3 所示。

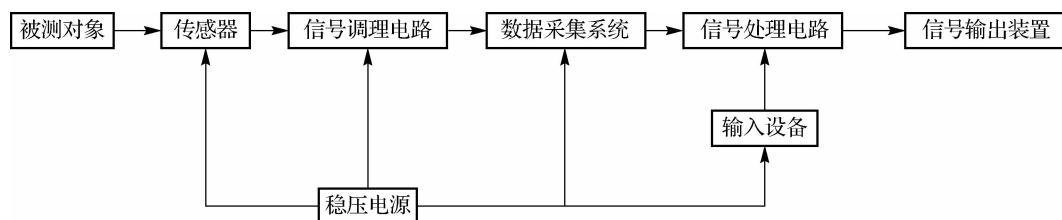


图 0.2.3 基本型检测系统的组成

### 1) 传感器

传感器是检测系统中形式最多样、与被测对象关系最密切的部分。传感器负责把被测量作为信号提取出来并传输到信号调理部分。传感器作为检测系统的信号源,其性能的好坏将直接影响检测系统的精度和其他指标,是检测系统中十分重要的部分。因此,通常检测系统对传感器的要求有精确性、稳定性、可靠性和敏感性(灵敏度)。

### 2) 信号调理电路

信号调理是指对检测出的信号进行适当的分析处理。在进行处理时,重要的是考虑原始信号中哪些信息是最希望了解的,以及如何不丢失和不扭曲有用信息。信号调理的任务是针对传感器输出的特点及其在非理想情况对信息进行合理变换及处理,这部分任务可以由电路、光路或气路来完成,其中由电路完成居多,完成信号调理的电路就称为信号调理电路。检测系统种类繁多,复杂程度差异很大,信号的形式也多种多样,各系统的精度和性能指标要求都有所不同,所以它们所配置的信号调理电路也千差万别。检测系统对信号调理电路的一般要求是准确转换、稳定放大、可靠地传输信号,信噪比高,抗干扰性能好。

### 3) 数据采集系统

数据采集系统在检测系统中的主要作用是对信号调理后的连续模拟信号进行离散化,并转换成与模拟信号电压幅度相对应的一系列数值信息,同时以一定的方式把这些转换数据及时传递给微处理器或依次自动存储。数据采集系统通常以各类模/数(A/D)转换器为核心,辅以模拟多路开关、采样/保持器、输入缓冲器和输出锁存器等。

### 4) 信号处理电路

信号处理电路是现代检测系统中被注入的新内容之一,并逐渐成为检测系统的研究中心。它是检测系统进行数据处理和各种控制的中枢环节,其作用和人的大脑相类似。常规的检测只是将传感器获得的信号进行放大和变换,并显示或传送,而分析则是由人工完成的。而现代检测系统通过以各种微处理器为核心来构建,对高频信号和复杂信号的处理有时需要增加数据传输与运算速度快、处理精度高的专用高速数据处理器(DSP)或直接采用工业控制计算机,使得现代检测系统具有更强大的问题解析能力,且使复杂系统的实时控制具有实现的可能性。

### 5) 信号输出装置

人们通常都希望及时知道被测参量的瞬时值、累积值或其随时间的变化情况,因此,各类检测仪表和检测系统在信号处理器计算出被测参量的当前值后,通常都需送至各自的显

示器进行实时显示。显示器是检测系统与人联系的主要环节之一,一般可分为指示式、数字式和屏幕式三种。

在许多情况下,检测仪表和检测系统在信号处理器计算出被测参量的瞬时值后,除送显示器进行实时显示外,通常还需把测量值及时传送给控制计算机、可编程控制器(PLC)或其他执行器、打印机或记录仪等,从而构成闭环控制系统或实现打印(记录)输出。检测仪表和检测系统的信号输出有 $4\sim 20\text{ mA}$ ( $1\sim 5\text{ V}$ )的电流(电压)信号,是经D/A转换和放大后的模拟量,还有开关量、脉宽调制(PWM)、串行数字通信和并行数字输出等多种形式。

#### 6) 输入设备

输入设备是操作人员和检测仪表或检测系统联系的另一主要环节,用于输入设置参数、下达有关命令等。最常用的输入设备有键盘、拨码盘、条码阅读器和触摸屏等,最简单的输入设备是各种开关和按钮,模拟量的输入和设置往往借助电位器进行。近年来,随着工业自动化、办公自动化和信息化程度的不断提高,通过网络或各种通信总线,利用计算机或数字化智能终端,实现远程信息和数据输入的方式越来越普遍。

#### 7) 稳压电源

一个检测仪表或检测系统往往既有模拟电路部分,又有数字电路部分,通常需要多组幅值大小要求各异但稳定的电源。这类电源在检测系统使用现场一般无法直接提供,通常只能提供交流 $220\text{ V}$ 工频电源或 $+24\text{ V}$ 直流电源。检测系统的设计者需要根据使用现场的供电电源情况及检测系统内部电路的实际需要,统一设计各组稳压电源,给系统各部分电路和器件分别提供它们所需的稳定电源。

最后,值得注意的是,不是所有的检测系统都具备以上七个部分,而且有些简单检测系统各环节之间的界线也不是十分清楚,需根据具体情况进行分析。

### 2. 标准接口型检测系统

检测系统由各个功能模块组合在一起,模块之间的信号传输形式有专门接口型和标准接口型两种。专门接口型的接口由于其电气参数、接口形式和通信协议等不统一,各个模块之间的信息传输互连问题十分麻烦,系统设计缺乏灵活性,所以一般只应用在特殊场合或专用检测系统中,应用面比较窄。标准接口型的接口都是按规定标准设计的,组建系统非常方便,只要将对应的接插件连接,就可以实现信息的交换。可以灵活组建各类检测系统,也可以方便组建大、中型检测系统,应用面比较广。标准接口型仪器集多种功能于一体,是计算机技术和仪器技术高度发展与深层次结合的必然结果,并由此产生了全新概念的仪器,称为智能仪器,这使得设计高度自动化和智能化的现代检测系统成为现实。

### 3. 控制型检测系统

控制型检测系统是指应用于闭环控制系统或实时测控系统中的检测系统。它是在基本型检测系统的基础上添加一个反馈系统,如增加一个控制及功率放大器、执行器等作为闭环反馈环节。控制型检测系统的应用范围很广,包括生产过程自动化领域、楼宇家电控制领域、交通运输工具控制领域、航空航天测控领域、导弹制导和武器自动控制领域与电力电子控制系统领域等。

## 0.3 传感器与检测技术的发展趋势

### 0.3.1 传感器的发展趋势

随着科学技术发展的需要,传感器的研发和生产已经提上日程,“头脑”(计算机)发达,“感觉”(传感器)迟钝的情况就不再存在了。因此,传感器的地位越来越受到重视。同时,由于半导体技术已进入了超大规模集成化阶段,各种制造工艺和材料性能的研究已达到相当高的水平,这为传感器的发展创造了极为有利的条件。

#### 1. 新型材料的开发

传感器材料是传感器技术的基础,是传感技术升级的重要支撑。随着材料科学的进步,传感器技术日臻成熟,其种类越来越多,除了早期的半导体材料和陶瓷材料以外,光导纤维及超导材料的开发为传感器的发展提供了物质基础。例如,根据以硅为基体的许多半导体材料易于微型化、集成化、多功能化和智能化,以及半导体光热探测器具有灵敏度高、精度高和非接触性等特点,发展红外传感器、激光传感器和光纤传感器等现代传感器;在敏感材料中,陶瓷材料和有机材料发展很快,可采用不同的配方混合原料,在精密调配化学成分的基础上,经过高精度成型烧结,得到对某一种或某几种气体具有识别功能的敏感材料,用于制成新型气体传感器。此外,高分子有机敏感材料是近几年人们极为关注的具有应用潜力的新型敏感材料,可制成热敏、光敏、气敏、湿敏、力敏、离子敏和生物敏等传感器。传感器技术的不断发展,也促进了更新型材料的开发,如纳米材料等。采用纳米材料制作的传感器具有很大的接触面,能提供顺畅的气体通道,并且导通电阻很小,有利于传感器的微型化。随着科学技术的不断进步,将诞生更多的新型功能材料。

#### 2. 数字化与智能化

数字技术是信息技术的基础,数字化是智能化的前提。传感器的智能化就是把传感器与微处理器相结合,使之不仅具有检测、转换和处理功能,同时还具有存储、记忆、自诊断和数字双向通信等功能。近年来,智能化传感器开始同人工智能相结合,创造出各种基于模糊推理、人工神经网络和专家系统等人工智能技术的高度智能传感器,称为软传感器技术。它已经在家用电器方面得到利用,未来将会更加成熟。智能化传感器是传感器技术未来发展的主要方向之一,智能化传感器将会进一步扩展到化学、电磁学、光学和核物理等研究领域。

#### 3. 微型化

随着仪器和控制设备的功能越来越强大,要求各部件的体积越来越小。传感器体积的减小,对被测量的影响小,惯性小,有利于提高响应速度和测量准确度,同时也有利于降低功耗和减少材料消耗。

#### 4. 集成化与多功能化

集成化就是将敏感元件、信息处理和转换单元等部分利用半导体技术将其制作在同一芯片上,如集成压力传感器、集成温度传感器和集成磁敏传感器等;多功能化则意味着传感器具有多种参数的检测功能,如半导体温湿敏传感器和多功能气体传感器等。

#### 5. 无线化与网络化

无线传感器网络是由大量无处不在的、有无线通信与计算能力的微小传感器节点构成的自组织分布式网络系统,能根据环境自主完成指定任务。无线传感器便于组网,不需要专



用传输线,给检测带来了巨大方便。现代检测系统的检测参数越来越多,多源信息融合的需求越来越大,用户对检测系统的网络化要求越来越高,网络化传感器是传感技术发展的热门方向。

## 6. 开发仿生传感器

大自然是生物传感器的优秀设计师和工艺师。它经过漫长的岁月,不仅造就了集多种传感器于一身的人类,还构造了许多功能奇特、性能高超的生物器官,如狗的嗅觉灵敏度是人的 100 多倍,鸟的视力是人的 50~80 倍,蝙蝠、海豚的听觉是生物雷达-超声波传感器等。这些动物的感官功能,超过了当今传感器技术所能实现的范围。研究这些动物感官的工作机理,开发仿生传感器,是传感器发展的一个重要方向。

### 0.3.2 检测技术的发展趋势

新型传感器的出现为检测技术的发展创造了极好的条件,也向检测技术提出了更高和更新的要求。尤其是随着计算机技术和微电子技术的发展,以及计算机软件技术和数据处理技术的巨大进步,检测技术及仪器仪表得到了空前的发展与进步。小型化、数字化、网络化、智能化及软件多功能化成为仪器仪表研制的主导方向,同时一种称为微仪器的微型集成智能传感器的技术已初露锋芒。同时,在传统仪器仪表的基础上产生了革命性的新一代虚拟化仪器,并且以全新的面目占领仪器仪表市场。今后,检测技术的发展将更快,对各行的影响将更深,所涉及的领域将更加广阔,这样必然将传统的检测技术推向现代检测技术的快车道。随着半导体和计算机技术的发展,新型或具有特殊功能的传感器出现,检测装置也向小型化、固体化及智能化发展,应用领域更加宽广,其发展趋势主要体现在以下几个方面:

(1)提高检测系统的测量精度和可靠性,扩大量程范围,延长使用寿命。科学技术的发展要求检测系统有更高的精度。近年来,人们研制出许多高精度的检测仪器,以满足各种需求。例如,用直线光栅测量直线位移时,测量范围可达二三十米,分辨率达到微米级;已经研制出测量低至几帕微压力和高达几千兆帕高压力的传感器;开发了能够测出极微弱磁场的磁敏传感器等。

从 20 世纪 60 年代开始,人们对传感器的可靠性和故障率的数学模型进行了大量的研究,使得检测系统的可靠性和使用寿命大幅度提高。

(2)应用新技术和新的物理效应,扩大检测领域。各种检测技术的原理大多以物理效应为基础,现代物理学的进展,如纳米技术、激光、红外、超声波、微波、光纤和放射性同位素等技术为检测技术的发展提供了更多的依据,如图像识别、激光测距、红外测温、C 型超声波无损探伤及中子探测爆炸物等非接触测量得到迅速发展。

20 世纪 70 年代以前,检测技术主要用于工业部门,如今检测领域扩大到整个社会需要的各个方面,不仅包括工程、海洋开发、航空航天等尖端科技和新兴工业领域,而且已涉及生物、医疗、环境污染监测、危险品和毒品的侦查、安全检测等方面,并且已经开始渗入人们的日常生活设施之中。

(3)采用计算机技术,使检测技术智能化。自 20 世纪 70 年代微处理器问世以来,人们迅速将计算机技术应用到测量技术领域,使检测仪器智能化,从而扩展了检测功能,提高了检测精度和可靠性。

(4)发展网络化传感器及检测系统。随着微电子技术的发展,现在已经可以将十分复杂

## ■ 传感器与检测技术

的信号处理和控制电路集成到单块芯片中去。传感器的输出不再是模拟量,而是符合某种协议格式(如可即插即用)的数字信号,从而可以通过企业内部网络或互联网实现多个系统之间的数据交换和共享,构成网络化的检测系统。网络化的检测系统可以让人远在千里之外随时随地浏览现场工况,实现远程调试、远程故障诊断、远程数据采集和实时操作等。

### 本章小结

传感器与检测技术是广泛应用于工业、农业、航空航天、医学等不同领域的一项现代信息重要技术。本章简要介绍了传感器与检测技术的地位和作用、传感器的定义与分类、现代检测系统的构成、传感器与检测技术的未来发展趋势。

传感器是自动控制系统和信息系统的关键性基础器件,可以将之定义为“能感受规定的被测量并按照一定的规律转换成可用输出信号的器件或装置”。传感器一般由敏感元件、转换元件和转换电路三个部分组成,其分类方法众多,如可以按传感器的输入量分类、按传感器的工作原理分类等。检测系统一般由输入装置、中间变换装置和输出装置组成,其中构成输入装置的关键组件是传感器。

### 习 题

- 0.1 传感器具体有哪些作用和功能?
- 0.2 什么是检测?检测系统的主要任务是什么?它的主要内容是什么?
- 0.3 传感器的定义及它所包含的意义是什么?
- 0.4 传感器由哪几部分组成?各组成部分的作用和功能是什么?
- 0.5 现代检测系统的应用类型大致可分为哪几类?各类型检测系统具有什么特点?
- 0.6 从发展前景来看,传感器具有哪些发展动向?
- 0.7 检测技术的发展趋势主要体现在哪些方面?

# 第 1 章

## 传感器与检测技术基础

测量有着十分古老的历史,众多与测量有关的术语都已经成为日常用语的一部分;而随着近年来我国在载人航天、国防、交通等国民经济各重要部门的发展和进步,以及包括智能手机、平板电脑在内的各类智能终端的不断普及,传感器也越来越为人们所熟知。检测技术领域的科研人员和工程技术人员必须掌握相关术语更为确切的概念与含义,以及与检测和传感器有关的更为专业的知识,如量和单位的确切定义、传感器的性能指标、数据的表示方式和误差描述、标准物质及其用途等。本章将就此类基础性知识加以介绍。

### 1.1 测量的基本概念

测量是人类认识与改造自然的一种基本手段,是人们为了解物质的属性与特征而进行的全部工作。用秤称货物的质量,用尺量房间的面积(尺寸),用化学方法或仪器分析方法测定材料的组成、含量或特性等,都是测量的具体实例。

#### 1.1.1 量、计量单位和量值

##### 1. 量

量的定义为现象、物体或物质可定性区分和定量确定的属性。

自然界的任何现象、物体或物质都具有一定的形式,这些形式都要通过量来表征。量是表征自然界运动规律的基本概念,是计量学的研究对象。

定性区分指在特性上的差别,不同特性的量之间不能进行比较,如电学量、力学量、几何量等。特性相同的量合称为同类量,如功与热能都可以用能量的单位焦耳来表示,厚度、波长、距离等都可以用长度单位米来表示。定量确定指某一个具体的量,又称特定量,如某一特定设备的尺寸、某一特定电路的输入电阻或某一特定用电器的有效功率等。特性相同的特定量之间可以相互比较,如工件的宽窄、电路输入电阻的大小等。

量又可分为基本量和导出量。基本量是指在给定的量制中约定地认为在函数关系上彼此独立的量,如在国际单位制(SI)的量制中,长度、质量、时间、热力学温度、电流、物质的量及发光强度为基本量。导出量是指在给定的量制中,由基本量的函数所定义的量,如速度是由长度除以时间这一关系所给出的导出量(速度等于质点的位移和发生此位移所用时间的比值)。

量还可分为可数量和可测量。可数量指仅仅用于确定被计数对象数目多少的量,只需通过计数的方法即可获得,如 5 支铅笔、10 台计算机、74 只羊等。可数量理论上不存在误差,不属于计量学研究的内容。可测量指只能通过计量器具测量才能获得量值的量,可测量

## ■ 传感器与检测技术

不可数,测量结果中必然存在误差。可测量由数值与计量单位的组合来表示大小,当然,诸如折射系数等某些可测量表面上没有计量单位,但它们都是以某一具有单位的量作为基准,其他与之具有相同单位的量和该基准相比后所得到的量值。

### 2. 计量单位

计量单位指为了定量表示同种量的大小而约定地定义与采用的特定量,简称单位。它是定量描述自然界所有量的量值的基础与依据。

计量单位是人为约定选取的特定量,具有专门的名称、符号和确定的定义,其数值为 1,且能够复现。例如,长度的计量单位米,其符号为 m,定义为光在真空中在  $1/299\,792\,458$  秒的时间间隔内所经过的路径长度。

计量单位具有科学上的严密性、合理性、先进性和公认性,随着科学技术的发展而变化。此外,它还具有统一性和法制性,在实际测量中应严格执行法定计量单位使用方法。我国目前实行的法定计量单位是以国际单位制为基础,加上我国特选的 17 个非国际单位制单位构成的。

### 3. 量值

量值的定义为通常由一个数乘以计量单位所表示的特定量的大小。

量值是量的定量表示。一般而言,任何可测量都必须由数值和计量单位组合构成,如 3 m, 200 g, 1.4 mol 等。应当注意区分数值和量值。量值中与单位相乘的数称为数值,如上例中的 3, 200 与 1.4, 数值并非量值。

## 1.1.2 测量与计量

### 1. 测量

测量的定义为以确定量值为目的的一组操作。

测量的目的是确定被测量的值或获取测量结果。测量是一个过程,即将被测量与已知的标准量(计量器具的示值)相比较的过程。

测量过程包含五要素:测量设备、测量方法、测量环境、测量人员与被测对象。当被测对象确定后,其余四要素便在很大程度上决定了测量质量的高低。

测量结果是由测量所得到的值。在给出测量结果时,应表明该结果是示值、未修正结果或已修正结果、单次测量值或多次测量平均值等。测量结果是被测量的估计值而非真值。完整表述测量结果时,应附带其测量不确定度,必要时还应说明测量的条件或影响量的范围。

### 2. 计量

计量的定义为实现单位统一、量值准确可靠的活动。

计量属于测量的范畴。单位统一指计量单位的统一,它是量值统一的重要前提。量值准确可靠指测量结果与被测量真实量值的接近程度,其定量描述采用误差或测量不确定度。计量结果不仅应明确给出被计量量的量值,还必须同时给出该量值的误差范围或不确定度。

(1) 计量学的基本研究内容。

① 计量单位与单位制。

② 复现计量单位的基准计量器具,标准计量器具的建立、复制与保存,以及普通计量器具。计量器具按技术性能、准确度高及用途可分为国家主基准、国家副基准、工作基准、标

准计量器具(按等级分为分一等、二等、三等……)和普通计量器具。基准、标准计量器具用于量值传递标准器,普通计量器具仅用于现场测量。

③量值传递与溯源。量值传递指将国家计量基准所复现的单位量值,通过各级计量标准传递到工作计量器具以保证被测对象量值的准确和一致。溯源指通过一条具有规定不确定度的不间断比较链,使测量结果或计量标准的值能够与规定的参考标准(通常是国家测量标准或国际测量标准)联系起来。

④误差理论与测量不确定度。准确是计量的核心,而误差理论与测量不确定度则给出了准确的定量描述,也是评价测量质量的唯一指标。

⑤物质、物理常数和材料与物质特性的测定。

⑥计量管理。

(2)计量的分类。

按性质不同,计量可分为计量检定和校准。

①计量器具的检定简称计量检定,是查明和确认计量器具是否符合法定要求的程序,包括检查、加标记和出具检定证书。计量检定的对象是计量器具,在我国主要由各级政府计量院所及获授权的实验室来完成,其实质内容是对计量器具的计量性能是否满足计量检定规程的要求给出合格与否的结论,并且该结论具有法律效力。计量检定必须按国家计量检定系统表或国家溯源等级图进行,必须执行计量检定规程。计量检定是我国开展量值传递与溯源的最常用方法。

②校准是指在规定条件下,为了确定测量仪器或测量系统所指示的量值或实物量具或参考物质所代表的量值,与对应的标准所复现的量值之间关系的一组操作。校准的对象主要为计量器具的示值误差,由组织内部或委托其他组织(不必是法定计量组织)依据可利用的公开出版的技术规范、组织编制的程序或制造厂方的技术文件,确定测量设备与计量器具的示值误差,以确定是否能满足预期使用要求。校准结果不但可给出被测量的示值,还可确定示值的修正量。校准结果可记录于校准证书和校准报告。

### 3. 测量与计量的关系

测量是一个广义概念,计量是以确定被测量量值为目的的一种活动,因此测量包括计量。同时,计量又是一种特殊的测量,它是以实现单位统一为前提条件、以量值准确可靠为核心的测量。为使量值准确可靠,计量的各个要素均有特殊要求:用于计量的仪器必须经过计量技术机构的计量检定,且具有仍在有效期内的计量检定合格证书;计量人员必须持有相应计量项目的计量检定员职业资格证书;计量环境必须满足相应计量技术规范所规定的要求;计量方法、程序步骤及计量结果的处理必须严格遵照相应计量技术规范的规定进行;计量结果不仅要给出被测量的量值大小,同时必须给出其测量不确定度。计量是测量的基础,同时又是最高层次的测量。

#### 1.1.3 测量方法的分类

测量方法可根据不同方式分为若干类型,以下仅介绍最为常用的分类方法。

##### 1. 按获得测量值的方法分类

根据获得测量值方法的不同,测量可分为直接测量、间接测量和组合测量。

(1)无须经被测量与其他量的函数关系进行辅助计算,而是直接得到被测量值的测量称

为直接测量,如用直尺测量家具部件的长度、用体温计测量体温等,均属直接测量。

(2)依据可直接测量量与被测量之间的已知函数关系计算得到被测量量值的测量称为间接测量。例如,利用电流表测得流经电阻的电流  $I$ ,并利用电压表测得电阻两端的电压  $U$ ,然后通过  $R=U/I$  计算得到电阻阻值,该阻值便是间接测量的结果。

(3)直接测得各被测量的组合量,将组合量的测得值根据各组合量与被测量的组合关系列出测量方程组,然后求解测量方程组而得到各被测量的量值,这种测量方法称为组合测量。组合测量能提高测量准确度并减少测量工作量,常用于精密测试与计量检定中。

### 2. 按测量条件分类

根据测量条件的不同,测量可分为等精度测量与不等精度测量。

(1)等精度测量指测量的五要素均不发生改变时的多次重复测量,又称为重复性测量。在多次重复测量过程中,不可能保持五要素绝对不变,因此等精度测量是一个理想化概念,实际中的等精度测量表示没有理由对这些重复测量结果的可信程度加以区分,因此认为其可信程度均是相同的。

(2)不等精度测量指测量五要素中除被测对象不能改变之外,其他四个因素中的任意一个或多个发生改变时进行的多次测量,又称为复现性测量。由于测量条件的改变,不等精度测量得到的各次测量值,其可信程度不同。

## 1.2 测量误差与数据处理

### 1.2.1 实验数据的表示方法

实验数据需要以人们易于接受的方式表示出来。常用的表示方法有表格法、图解法和解析法。对这些表达方法的基本要求是能确切反映被测量的变化规律,且便于分析和应用。对于同一组实验数据,应根据处理需要来选用合适的表达方法,有时采用一种方法,有时多种方法并用。此外,当数据结果以数字形式表达时,要有正确合理的有效位数。

#### 1. 表格法

表格法是将被测量的数据加以精选和定值,按一定的规律归纳整理后,列于一个或多个表格中。该方法比较简便有效,数据具体,形式紧凑,便于对比。常用的表格是函数式表,一般以自变量测量值增加或减少为顺序。该表能同时表示多个变量的变化而不致发生混乱。一个完整的函数式表格应包括表的序号、名称、项目、测量数据和函数推算值,有时还应加上一些说明。

列表时应注意以下几个问题:

(1)数据的写法要整齐规范,数值为零时要记0,不可遗漏;试验数据空缺时应记为“—”。

(2)表达力求统一、简明。同一竖行的数值、小数点应上下对齐。当数值过大或过小时,应采用科学计数法。

(3)根据测量精度的要求,表中所有数据的有效数字位数应取舍得当。

#### 2. 图解法

图解法是把互相关联的实验数据按照自变量和因变量的关系在适当的坐标系中绘制成几何图形,用以表示被测量的变化规律和相关变量之间的关系。该方法的优点是直观性强,在不知道变量之间解析关系的情况下,易于看出数据的变化规律及数据中的极值点、

转折点、周期性和变化率等。

曲线描绘时应注意以下几个问题：

(1)合理布图。常采用直角坐标系，一般从零开始，但也可以用稍小于最小值的某一整数为起点，用稍大于最大值的某一整数为终点，使所作图形能占据直角坐标系的大部分。

(2)正确选择坐标分度。坐标分度粗细应与实验数据的精度相适应，即坐标的最小分度以不超过数据的实测精度为宜，过细或过粗都不恰当。分度过粗，将影响图形的读数精度；分度过细，则图形不能明显表现甚至严重扭曲测试过程的规律性。

(3)灵活采用特殊坐标形式。有时根据自变量和因变量的关系，为了使图形尽量呈一直线或需要更清楚地显示曲线某一区段的特性，可采用非均匀分度或对变量进行变换。

(4)正确绘制图形。绘制图形的方法有两种：当数据量过少且变量间的对应关系不确定时，可将各点用直线连接为折线图，如图 1. 2. 1(a)所示；或绘为离散谱线，如图 1. 2. 1(b)所示。当实验数据足够密集且变化规律明显时，可用光滑曲线(包括直线)表示，如图 1. 2. 1(c)所示，曲线应光滑匀整，不应有不连续点，并尽可能多地与数据点接近，但不必强求通过所有的点，尤其是实验范围两端的那些点，曲线两侧的数据点分布应尽量相等，以使其分布尽可能符合最小二乘法原则。

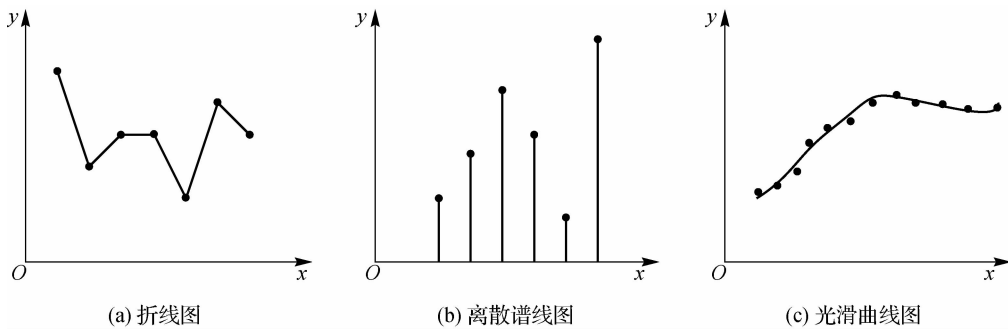


图 1. 2. 1 正确的实验数据绘图方法

(5)图的标示要规范。规范其标注方式，不要遗漏单位。

### 3. 经验公式

通过试验获得的一系列数据，不仅可用图表法表示出自变量和因变量的函数关系，还可与图形对应的数学公式来描述该函数关系，从而进一步用数学分析的方法来研究变量之间的相关关系。该数学表达式称为经验公式，又称回归方程。建立回归方程的常用方法是回归分析。根据变量个数及变量之间的关系不同，所建立的回归方程也不同，包括一元线性回归方程、一元非线性回归方程、多元线性回归方程和多元非线性回归方程等。

### 4. 数据修约

在测量结果和数据运算中，确定用多少位数字来表示测量和数据运算的结果，是一个十分重要的问题。由于测量误差的存在，过多的数据位数并不能提供更高的数据准确度。在记录测量结果时，数据位数的多少应以测量所能达到的准确度为依据。因此，需要对数据进行合理的修约。

修约是根据一定的修约间隔来完成的。所谓修约间隔，是指确定修约保留位数的一种方式，修约间隔的值一经确定，修约值即为修约间隔的整数倍。

## ■ 传感器与检测技术

修约间隔通常指定为 10 的整数次幂  $10^m$ , 其中  $m$  可为任意整数。例如,  $m=1$  意味着要将数据修约到小数点后一位, 即保留一位小数;  $m=0$  意味着修约到个位;  $m=2$  意味着修约到百位。

常用的四舍五入数据近似方法的舍入误差偏大, 因此, 更为合理的修约方法如下:

(1) 如果舍去部分的数值大于保留末位的  $1/2$ , 则末位加 1。

(2) 如果舍去部分的数值小于保留末位的  $1/2$ , 则末位不变。

(3) 如果舍去部分的数值等于保留末位的  $1/2$ , 则当末位为偶数时, 末位保持不变; 当末位为奇数时, 末位加 1。

**例 1.1** 需要进行修约的数据见表 1.2.1 的第一列, 修约后的数据保留两位小数。

表 1.2.1 待修约的数据与修约结果示例

修约前	修约后	修约前	修约后
4.130	4.13	4.135	4.14
4.133	4.13	4.139	4.14
4.134 95	4.13	4.145	4.15

**解** 根据修约规则, 可得保留两位小数的修约结果见表 1.2.1 的第二列。

修约必须一次性完成, 不能进行连续修约。例如, 3.227 46 应修约为 3.227, 而不能按 3.227 46—3.227 5—3.228 的方式进行。

若数字舍入的情况正好发生在修约后的值处于合格与否的边界上, 则应在修约数后以 (+) 或 (-) 加以补充说明。

必要时也可采用  $2 \times 10^m$  或  $5 \times 10^m$  的形式修约间隔, 修约方法为: 将待修约的数和修约间隔乘以  $C$  (修约间隔为  $2 \times 10^m$  时,  $C=5$ ; 修约间隔为  $5 \times 10^m$  时,  $C=2$ ), 按前述修约规则进行修约, 再将修约后的数除以  $C$  得到最终的修约结果。

**例 1.2** 将 3.12 按 0.2 的间隔进行修约。

**解** 修约过程如下:

$$3.12 \xrightarrow{\times 5} 15.6 \xrightarrow{\text{按 } 0.2 \times 5 = 1 \text{ 的间隔修约}} 16 \xrightarrow{\div 5} 3.2$$

故 3.12 按 0.2 的间隔进行修约的结果为 3.2。

### 5. 有效数字

有效数字是指经过修约后所得近似数从左边第一个非 0 数字开始直至末位的所有数字。

在判断有效数字时, 对数字 0 有以下几点说明:

(1) 在第一个有效数字之前的 0 不是有效数字, 如 0.000 275 前面的四个 0 均不是有效数字; 而第一个有效数字之后的 0 都是有效数字, 如 1.000 中的 0 均为有效数字。

(2) 作为有效数字的小数点后的 0 反映了近似数的误差, 不能随意舍弃。例如, 100 和 100.0 虽然数值上相等, 但前者的舍入误差不超过 0.5, 而后者则不超过 0.05。

(3) 非有效数字的 0 与误差无关。

### 1.2.2 误差的相关概念

测量误差指测量结果减去被测量的真值, 简称误差, 即



$$\delta = x - a \quad (1.2.1)$$

式中,  $\delta$  为测量的误差;  $x$  为被测量的测量结果;  $a$  为被测量的真值。

真值指与给定的特定量的定义一致的值。真值是一个理想化的概念, 一般而言, 被测量在特定条件下, 都存在一个理论上与之对应的客观、实际的值。但在绝大多数测量中, 由于实际条件与理想特定条件的偏离及测量误差的存在, 这一“理论真值”是无法获知的, 因此除了极少数情况外, 测量时的真值不能绝对满足其理想化的定义。真值具有如下特性:

(1) 近似可知性。测量的目的在于确定被测量的真值, 但测量结果只能是真值的近似值, 而在绝大多数的情况下, 被测量的理想化的真值无法通过测量获得, 即真值是不可知的。

(2) 可变性。被测量本身随着时间及环境的改变而变化着, 因此真值也会随着时间、地点、环境的变化而变化。

真值可以分为如下类型:

(1) 理论真值。理论真值指满足其理论定义的真值。例如, 欧氏平面上的三角形的三个内角之和为  $180^\circ$ 。

(2) 约定真值。约定真值定义为对于给定目的具有适当不确定度的、赋予特定量的值, 有时该值是约定使用的。约定真值应是理论真值的最佳估计值, 且就给定目的而言, 其不确定度或误差可忽略。约定真值又可分为指定值、约定值与最佳估计值。

① 指定值指由国际计量局和国际计量委员会等国际标准化与计量权威组织所定义、推荐和指定的量值, 如国际单位制中的基本单位等。

② 约定值指在量值传递过程中, 若高一等的计量标准器具的不确定度小于低一等计量器具不确定度的  $1/2$  或  $1/3$ , 则常约定以高一等计量标准器具的量值相对于低一等计量器具的量值为约定真值, 且高一等标准器具的不确定度可忽略不计。

③ 最佳估计值常常是在重复性条件或复现性条件下多次测量结果的算术平均值, 且常常看作约定真值。

### 1.2.3 误差的基本表示方法

误差最基本的表示方法包括绝对误差、相对误差与引用误差。

#### 1. 绝对误差

绝对误差的定义与测量误差的定义式(1.2.1)相同, 即绝对误差为测量结果与真值之差。

绝对误差具有确定的大小、单位和符号, 它适用于同一量级的同种量的测量结果误差比较与单次测量结果误差的计算。

**例 1.3** 某零件加工车间加工一批宽度要求为 30 mm 的零件, 抽检两个零件的宽度测量结果分别为 29.8 mm 和 30.1 mm, 试求这两个零件宽度的绝对误差。

**解** 零件宽度的真值为 30 mm, 因此这两个零件宽度的绝对误差分别为

$$\delta_1 = 29.8 - 30 = -0.2 \text{ mm}$$

$$\delta_2 = 30.1 - 30 = +0.1 \text{ mm}$$

由绝对误差的定义还可以引出修正值的概念, 即绝对误差的相反数。修正值与测量结果相加即可补偿测量误差, 给出被测量的真值。当然, 由于真值的不可知性, 误差也不可能精确得知, 因此利用修正值对测量结果进行适当的修正后, 给出的也只是一个更接近于理论真值的近似真值。

## 2. 相对误差

相对误差定义为绝对误差与被测量真值之比,当被测量理论真值无法得到时,则使用约定真值作为真值。

$$\gamma = \delta / a \quad (1.2.2)$$

式中, $\gamma$ 为测量的相对误差; $\delta$ 为测量的绝对误差; $a$ 为被测量的真值。

在某些测量领域,为计算方便,也使用绝对误差与测量结果之比来估计相对误差,即

$$\gamma = \delta / x \quad (1.2.3)$$

式中, $\gamma$ 为测量的相对误差; $\delta$ 为测量的绝对误差; $x$ 为被测量的测得值。

相对误差具有确定的大小与符号,无单位,通常用百分比形式表示,可用于不同量级的同种量的误差比较。

**例 1.4** 用电压表测量两个电压 A,B,得到的测量结果如下:

$$x_A = 100.0 \text{ V}, \delta_A = 1.0 \text{ V}$$

$$x_B = 5.0 \text{ V}, \delta_B = 0.2 \text{ V}$$

试比较这两个测量结果准确度的高低。

**解** 虽然对 B 电压进行测量的绝对误差小于对 A 电压进行测量的绝对误差,但计算两者的相对误差可得

$$\gamma_A = \delta_A / x_A = 1.0 \text{ V} / 100.0 \text{ V} = 1\%$$

$$\gamma_B = \delta_B / x_B = 0.2 \text{ V} / 5.0 \text{ V} = 4\%$$

因此 A 电压的测量准确度高于 B 电压的测量准确度。

## 3. 引用误差

引用误差定义为测量仪器的误差除以仪器的特定值。测量仪器的误差一般指仪器示值误差,即在仪器各示值点上的绝对误差,常取多个示值点处绝对误差的绝对值最大者。特定值又称引用值,可以是测量仪器的量程或标称范围的上限。引用误差有大小,无单位,无符号,通常用百分比表示。引用误差用于表示具有连续刻度与多挡量程的测量仪器的误差,它专用于仪器仪表误差的描述。

国家标准和国家计量技术规范将某些专业的仪器仪表按引用误差的大小分为若干准确度等级。例如,我国的标准电能表的等级(有功电能)分为 0.01,0.02,0.05,0.1 和 0.2 共五个等级。符合等级 S 的仪表意指该仪表在整个测量范围内,各示值点的引用误差均不超过 S%。

**例 1.5** 一台 0.5 级、测量范围为 0~150 V 的电压表,经更高等级的标准电压表校准,在示值为 100.0 V 时,测得的实际电压为 99.4 V,请问该电压表是否合格?

**解** 以更高等级的标准电压表所测得的 100.0 V 示值下的实际电压作为相对真值,则在该示值时的绝对误差为

$$\delta = 100.0 \text{ V} - 99.4 \text{ V} = 0.6 \text{ V}$$

该电压表的引用误差为

$$0.6 \text{ V} / (150 \text{ V} - 0 \text{ V}) = 0.4\% < 0.5\%$$

因此该电压表合格。

**例 1.6** 一台测量范围为 -0.1~0.1 MPa 的 2.5 级压力真空表,在进行计量校准时,各示值点上的最大允许误差是多少?

解 根据该压力真空表的等级,它在 $-0.1\sim 0.1\text{ MPa}$ 的测量范围内各示值点上的引用误差都不能超过 $2.5\%$ ,因此各示值点上允许的最大示值误差为

$$2.5\% \times [0.1 - (-0.1)] = 0.005\text{ MPa}$$

### 1.2.4 误差的来源

测量误差的来源从总体上讲包括测量装置误差、环境误差、方法误差、人员误差与测量对象变化误差五个方面。

#### 1. 测量装置误差

测量装置误差指由测量装置产生的测量误差,包括标准器具误差、仪器仪表误差和附件误差等。标准器具指用于复现量值的计量器具,但标准器具所复现的量值单位不可避免地含有误差,这项误差即标准器具误差;用于被测量和复现计量单位的标准量进行比较的设备称为仪器或仪表,它们将被测量转换为可直接观察的指示值,但该指示值不可能做到与被测量真值绝对相等,因此带来了误差,即仪器仪表误差;为测量创造必要条件或使测量得以方便地进行而采用的各种辅助设备或附件均属测量附件,这些附件在测量中引入了额外的因素,并由于它们所提供的测量条件与期望条件之间的偏离或引入的额外因素而带来了测量的误差,即附件误差。

#### 2. 环境误差

环境误差指测量中由于各种环境因素造成的测量误差。环境造成测量误差的主要原因是环境变化导致测量装置及被测对象发生变化,如测量装置的各部分因热胀冷缩而随环境温度变化而改变,或温度变化引起电子元器件参数的变化等。因此,在准确性要求较高的测量中,对测量环境均有具体要求,这一规定要求的测量环境称为测量的标准环境,而一旦实际的测量环境偏离了标准环境,就会造成测量误差。此外,各个环境因素的微小变化也会对测量形成综合的环境影响,引起测量误差。

#### 3. 方法误差

方法误差指由于测量方法(包括计算过程)不完善而引起的误差。测量方法引起的测量误差主要有两种情况:一是由于测量人员的知识不足或研究不充分以致操作不合理,或对测量方法、测量程序进行错误的简化等引起的方法误差,如在电学测量中由于操作不善引起的引线电阻上的压降等;二是在分析处理数据过程中引入的方法误差,如利用公式 $A = \pi d^2 / 4$ ,通过测量轴直径来计算轴截面积,由于 $\pi$ 只能取近似值,因而引起 $A$ 的计算误差。

#### 4. 人员误差

人员误差指测量人员由于技术素质、生理机能的限制、固有的习惯性偏差及疏忽等原因造成的测量误差。例如,将被测物边缘与刻度线对准时,就可能由于人眼本身的分辨能力及偏向性习惯而造成偏差,从而引入测量误差。此外,测量人员在长时间测量中,因疲劳或疏忽导致看错、读错、听错、记错等而造成测量误差。

#### 5. 测量对象变化误差

测量对象变化误差指由于测量对象本身的变化所引起的误差。例如,进行灯的光度测量时,由于电压不稳等原因造成灯的光度本身发生波动,由于测量总是需要一定的时间,因此在测量的时间段内灯的光度本身的波动就会引起测量误差。

### 1.2.5 误差的分类

测量过程中存在着许多由不同因素造成的测量误差,它们成因不同,从而特性也不尽相同。研究误差的一个重要内容就是掌握不同误差的特征,有针对性地采取正确的误差处理方法,从而提高测量精度。测量误差按特性可分为系统误差、粗大误差和随机误差三类。

#### 1. 系统误差

##### 1) 系统误差的定义与特征

系统误差定义为在重复性条件下,对同一被测量进行无限次测量所得结果的平均值与被测量的真值之差。

系统误差的典型特征是具有确定的规律性,即此种误差可以归结为某一因素或某些因素的函数关系,这一关系通常可利用解析公式、曲线或图表给出。就理论上而言,系统误差的这种确定变化规律及其大小和符号,在整个测量过程中是可以确知的。例如,在计量检定中,如果标准仪器本身的标准值存在误差,则在向下一级传递时,该误差将保持不变,从而形成传递过程中的系统误差。

在对某一物理量进行测量时,一旦确定了测量系统和测量条件,系统误差就获得了一个客观上的恒定值,即引起系统误差的原因在进行实际测量之前就已经产生,并以确定的规律性始终存在于整个测量过程之中,系统误差的影响无法通过多次测量来加以削弱。

##### 2) 系统误差的来源

产生系统误差的因素很多,大致可以归结为以下几个方面:

(1)测量装置方面的原因。因技术水平和制造加工能力的限制,测量仪器或装置本身在设计制造过程中就存有缺陷,并因此造成系统误差。例如,仪器的标尺刻度误差、天平的不等臂性所造成的误差等,均属此种情况。测量装置的误差通常可用允许误差(允差)、准确度、稳定性和灵敏度等技术指标加以描述。

(2)环境方面的原因。测量仪器或装置的准确度是在规定的测量条件下达到的,若实际测量时的环境条件不能满足规定的环境条件,则将使测量结果产生附加的系统误差。例如,测量时的温度、湿度、大气压力等与使用该测量仪器所规定的标准温度、标准湿度和标准大气压力不相符所引起的误差即属此类。环境因素造成的附加误差在测量中难以避免,要减小此种误差,应尽量按仪器铭牌或说明书中给出的使用条件来使用仪器,某些仪表还给出了当环境条件不满足规定条件时的修正公式。

(3)测量方法的原因。测量方法包括采用近似测量方法和近似计算两方面。近似测量方法是由于测量时所采用的方法不完善,所依据的理论不严密,对某些理论尚未掌握清楚,以及对被测对象的有关知识研究不够充分等,这类因素所导致的误差产生在测量过程之中;近似计算包括计算采用的近似公式(如级数展开公式)、采用的近似数学常数(如 $\pi \approx 3.14$ 等)和物理常数(如密度、热膨胀系数等)及根据一定的有效数位进行的数据修约等,这类因素所导致的误差产生在测量数据处理过程之中。

(4)测量者自身的原因。因测量者自身的生理特点,如眼睛的分辨能力、视差和反应速度等,造成测量时的估读始终偏大或偏小,或记录某信号时总是超前或滞后,因此而导入的系统误差。

### 3) 系统误差的分类

系统误差可按照多种方式进行分类。按照系统误差出现的规律,系统误差可分为恒定系统误差和变值系统误差。

(1) 恒定系统误差是指在整個測量過程中,誤差的大小和符號始終保持不變的系統誤差。例如,壓力表等需要調零的測量儀器,如果在測量前沒有對零位進行調准,則在使用過程中引起的零位誤差即屬恒定系統誤差。

(2) 變值系統誤差是指在整個測量過程之中,誤差的大小和符號按某一確定規律變化的系統誤差。它又可以分為線性變化系統誤差、周期性變化系統誤差和複雜規律變化系統誤差。

① 線性變化系統誤差指在測量過程中,按線性規律變化的系統誤差,如溫度變化對於物體長度的測量所造成的誤差即為線性變化系統誤差。

② 周期性變化系統誤差指在測量過程中,呈周期性規律變化的系統誤差,如圓盤式指針儀表因指針偏心而造成的誤差等。

③ 複雜規律變化系統誤差指測量過程中按非线性、非周期性的複雜規律變化的系統誤差,如儀表的刻度誤差在每個單獨的刻度點上雖然是恒定系統誤差,但在整個量程上的刻度誤差卻只能用實驗曲線表示,屬於複雜變化規律系統誤差。

系統誤差按掌握程度又可分為已定系統誤差和未定系統誤差。

(1) 已定系統誤差指變化規律已經確知的系統誤差,如定值系統誤差、線性變化系統誤差和周期性變化系統誤差等均屬已定系統誤差。

(2) 未定系統誤差指變化規律未確定的系統誤差,通常指理論上有規律,但實際中不能表現出規律性的複雜規律的系統誤差。

### 4) 系統誤差對測量結果的影響

(1) 恒定系統誤差對測量結果的影響。設某被測量的真值為  $X_0$ , 對其進行  $n$  次等精度重複測量, 得到測得值  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。若測得值  $x_i (1 \leq i \leq n)$  同時含有恒定系統誤差  $\epsilon_i$  和隨機誤差  $\delta_i$ , 即  $x_i = X_0 + \epsilon_i + \delta_i$ , 則由恒定系統誤差的定義可知,  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \dots = \epsilon_n = \epsilon$ 。此時測量結果的算術平均值為

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} (nX_0 + n\epsilon + \sum_{i=1}^n \delta_i) = \left( X_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i \right) + \epsilon \quad (1.2.4)$$

可見, 相比于沒有系統誤差存在時的均值, 恒定系統誤差保持大小與符號不變, 出現在測量結果的算術平均值中。而測量結果的樣本方差為

$$\begin{aligned} s_x &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left[ (X_0 + \epsilon + \delta_i) - \left( X_0 + \epsilon + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i \right) \right]^2 \\ &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left[ (X_0 + \delta_i) - \left( X_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i \right) \right]^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left( \delta_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i \right)^2 \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

由式(1.2.5)可知, 有系統誤差的樣本方差等於沒有系統誤差存在時的樣本方差。因此, 恒定系統誤差以大小和符號固定的形式存在于每個測量值和這些測量值的算術平均值之中, 它僅影響算術平均值, 不影響隨機誤差的分布規律與分布範圍。

(2) 變值系統誤差對測量結果的影響。設某被測量的真值為  $X_0$ , 對其進行  $n$  次等精度重複測量, 得到測得值  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。若測得值  $x_i (1 \leq i \leq n)$  同時含有恒定系統誤差  $\epsilon_i$  和隨

## ■ 传感器与检测技术

机误差  $\delta_i$ , 即  $x_i = X_0 + \epsilon_i + \delta_i$ , 则此时的测量结果算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} (nX_0 + \sum_{i=1}^n \epsilon_i + \sum_{i=1}^n \delta_i) = \left( X_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i \right) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i \quad (1.2.6)$$

可见, 系统误差同样影响了测量结果的算术平均值。而测量结果的样本方差为

$$\begin{aligned} s_x &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left[ (X_0 + \epsilon_i + \delta_i) - \left( X_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i \right) \right]^2 \\ &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left( \delta_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i \right)^2 + \frac{2}{n-1} \sum_{i=1}^n \left( \delta_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i \right) \left( \epsilon_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i \right) + \\ &\quad \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left( \epsilon_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i \right)^2 \\ &\neq \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left( \delta_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i \right)^2 \end{aligned} \quad (1.2.7)$$

由式(1.2.6)和式(1.2.7)可见, 存在变值系统误差的测量结果, 不仅测量结果的算术平均值受系统误差影响, 而且其误差的分布规律和分布范围不同于测量结果中随机误差的分布规律与分布范围。

### 5) 系统误差的检验方法

要消除或减弱系统误差的影响, 首先应该发现系统误差的存在。由于产生系统误差的原因多种多样, 也相当复杂, 因此很难将所有的系统误差都找出来, 也不存在一套适用于所有类型系统误差的通用方法。但存在一些检验方法或手段来发现测量中的某些较为显著的系统误差。

(1) 实验对比检定法。实验对比检定法是通过改变产生系统误差的条件, 通常是通过改用更高准确度的仪器或基准, 在不同条件下进行检定性测量, 并通过比较结果来发现恒定系统误差。在计量值传递中, 高一等标准仪器对低一等(标准)仪器的计量检定, 其目的实质上就是将高一等标准仪器的测量结果作为约定真值, 从而找到低一等(标准)仪器的恒定系统误差。例如, 砝码按标称值使用时, 在测量结果中就存在由于砝码质量的固有误差而造成的恒定系统误差, 通过用相应的高一等标准砝码按计量检定规程对该砝码进行计量检定, 就能够确定该误差。实验对比检定法是发现并确定恒定系统误差最有效、最实用和最常用的方法。

(2) 残余误差观察法。残余误差观察法是判别发现变值系统误差的一种直观、便捷和常用的方法。由于变值系统误差不仅对测量的算术平均值有影响, 而且对残余误差也有影响, 因此可以根据测量的残余误差及其分布规律来判别测量中是否存在变值系统误差。

设对某被测量进行  $n$  次重复性测量, 得到测得值  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 计算这些数据的算术平均值  $\bar{x}$  和残余误差  $v_i$  为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.2.8)$$

$$v_i = x_i - \bar{x} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (1.2.9)$$

根据测量先后顺序将残余误差列表或作图进行观察, 有如下几种情况:

①若残余误差大体上正负相等, 且无明显变化规律, 则可认为测量数据中不存在系统误差, 如图 1.2.2(a)所示。

②若残余误差按近似线性规律递增或递减,则可判断数据中存在线性系统误差,如图 1.2.2(b)所示。

③若残余误差的正负号大体上有规律地循环交替变化,则可判断数据中存在周期性变化的系统误差,如图 1.2.2(c)所示。

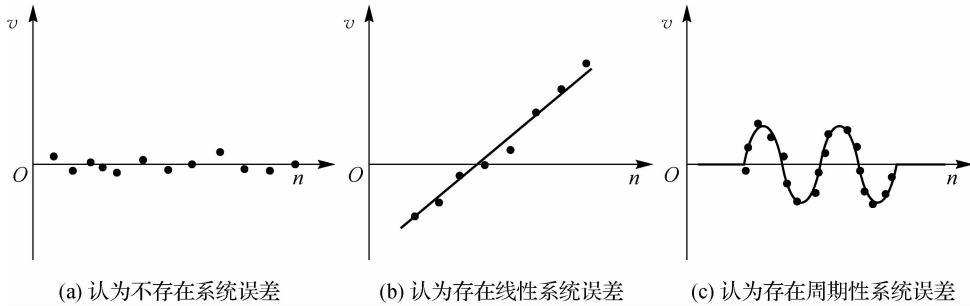


图 1.2.2 利用残余误差观察法判别变值系统误差

(3)马利科夫准则。马利科夫准则是发现线性系统误差的比较有效的方法。按测量先后顺序计算前一半测量数据的残余误差和后一半测量数据的残余误差和,如果两者的差显著不为 0,则可认为测量数据中存在线性规律变化的系统误差。使用该准则时需要注意,即使马利科夫准则中的差值近似为 0,测量数据中也还可能存在系统误差。

(4)计算数据比较法。对同一被测量进行多组测量,得到多组测量值,通过计算数据比较判断是否满足随机误差条件,以发现系统误差。

设对同一被测量进行  $m$  组独立测量得到的测得值及相应组内算术平均值和组内样本标准差为

$$(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}), \bar{x}_i, s_i, 1 \leq i \leq m \tag{1.2.10}$$

则任意两组测量结果  $\bar{x}_i$  和  $\bar{x}_j$  之间不存在系统误差的判据是

$$|\bar{x}_i - \bar{x}_j| < 2 \sqrt{s_i^2 + s_j^2} \tag{1.2.11}$$

(5)秩和检验法。对某一被测量独立测得两组数据  $\{x_i\} (1 \leq i \leq n_x)$  和  $\{y_j\} (1 \leq j \leq n_y)$ 。将两组数据合并后按数值由小到大排序。取测量次数较少的一组数据,找到它们在排序后的混合数据中的位序(秩),并将这些秩求和,即得到秩和  $T$ 。若

$$T_- < T < T_+ \tag{1.2.12}$$

则无理由怀疑两组测量数据间存在系统误差。

界限值  $T_-$  和  $T_+$  的值可以根据给定的显著性水平和两组测量数据的个数求得。不失一般性,取  $n_x \leq n_y$ 。显著性水平为 0.05 时的秩和检验法界限值见表 1.2.2。

表 1.2.2 秩和检验法界限值

$n_x$	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3
$n_y$	4	5	6	7	8	9	10	3	4	5	6	7	8	9	10
$T_-$	3	3	4	4	4	4	5	6	7	7	8	9	9	10	11
$T_+$	11	13	14	16	18	20	21	15	17	20	22	24	27	29	31

续表

$n_x$	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5		
$n_y$	4	5	6	7	8	9	10	5	6	7	8	9	10		
$T_-$	12	13	14	15	16	17	18	19	20	22	23	25	26		
$T_+$	24	27	30	33	36	39	42	35	40	43	47	50	54		
$n_x$	6	6	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8	9	9	10
$n_y$	6	7	8	9	10	7	8	9	10	8	9	10	9	10	10
$T_-$	28	30	32	33	35	39	41	43	46	52	54	57	66	69	83
$T_+$	50	54	58	63	67	66	71	76	80	84	90	95	105	111	127

当  $n_x$  和  $n_y$  充分大时,秩和  $T$  近似服从正态分布  $N\left[\frac{n_x(n_x+n_y+1)}{2}, \sqrt{\frac{n_x n_y (n_x+n_y+1)}{12}}\right]$ ,

根据给定的显著性水平和此分布可计算出界限值。

(6)  $t$  检验法。若对某一被测量进行独立测量所得的两组数据均服从正态分布,则可用  $t$  检验法判断两组数据间是否存在系统误差。

若独立测定的两组数据为  $\{x_i\} (1 \leq i \leq n_x)$  和  $\{y_j\} (1 \leq j \leq n_y)$ , 其样本均值和样本方差分别为  $(\bar{x}, s_x^2)$  和  $(\bar{y}, s_y^2)$ , 则

$$t = (\bar{x} - \bar{y}) \sqrt{\frac{n_x n_y (n_x + n_y - 2)}{(n_x + n_y) [(n_x - 1) s_x^2 + (n_y - 1) s_y^2]}} \quad (1.2.13)$$

服从自由度为  $\nu = n_x + n_y - 2$  的  $t$  分布。根据给定的显著性水平  $\alpha$  和  $t$  分布表查出分度值  $t_\alpha$ , 若实测数据的  $t$  值绝对值小于  $t_\alpha$ , 则无理由怀疑两组数据之间存在系统误差。

#### 6) 系统误差的一般处理方法

对于系统误差的处理,目前尚无统一的理论和通用的方法,只能针对具体的测量情况采取相应的测试技术措施来削弱或消除系统误差对测量结果的影响。减少或消除系统误差对测量结果影响的处理措施可从如下几方面加以考虑:

(1) 从产生误差的根源上消除系统误差。这是消除系统误差最理想的方法,测量者在进行测量之前,对所采用的测量装置、测量方法、测量环境条件等各方面进行仔细的分析研究,尽可能找出导致系统误差的因素,并采取相应措施将这些因素的影响加以消除或削弱到可忽略的程度。例如,在测量之前检查所用测量仪器是否经过检定并具有仍在有效期内的检定证书,若有效期已过,则应重新检定;对于需要调零的测量仪器,检查是否已准确调整到零位。

(2) 利用加修正值的方法消除系统误差。对于某些事先通过分析或实验可以确知的恒定系统误差,可通过对测量结果加修正值来削弱或消除系统误差的影响。为了求得修正值,最常用的方法是对所使用的测量器具进行检定,确定该测量器具的示值相对于计量标准器具的差异,然后以该差值的相反数作为修正值。

(3) 选择适当的测量方法消除系统误差。在测量过程中,根据系统误差的性质,采取一定的技术措施,选择适当的测量方法,使测得值中的系统误差在测量过程中相互抵消而不影响最终的测量结果。

(4) 恒定系统误差的削弱和消除方法。常用的恒定系统误差消除方法有如下几种:



①替代测量法。在测量装置上对被测量进行测量后,不改变测量条件,立即用同性质的已知标准量代替被测量进行同样的测量,并使得测量仪器的示值保持不变,则替代的标准量即作为被测量的测量结果。

**例 1.7** 应用替代测量法进行天平的称重。

**解** 应用替代测量法消除恒定系统误差的最典型例子是利用精密天平称量物体的质量,如图 1.2.3 所示。设被测质量为  $m$ ,天平两臂的长度分别为  $a_1$  和  $a_2$ ,当天平衡时所加的标准砝码质量为  $M$ 。若由于天平制造加工误差的存在,使得天平两臂的长度不相等,则此时的标准砝码质量  $M$  并不等于被测质量  $m$ ,直接以该标准砝码质量作为被测质量的量值将带来恒定系统误差。此时可立即用已知的标准砝码  $M'$  代替被测质量  $m$  并使天平保持平衡,则有  $M' = m$ 。以  $M'$  作为测量结果即消除了因天平臂长不等带来的恒定系统误差。

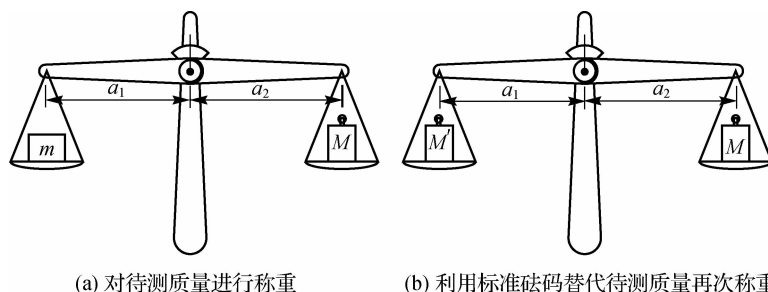


图 1.2.3 应用替代测量法进行天平称重的示意图

②异号测量法。异号测量法是在对被测量进行了一次测量之后,改变测量的某些条件,如测量方向、电压极性等,然后再次进行测量,使得两种条件下恒定系统误差对测量结果的影响大小相等而符号相反,然后将两次测量结果结合以消除恒定系统误差的影响。

**例 1.8** 应用异号测量法消除千分尺空行程带来的系统误差。

**解** 长度计量仪器中的千分尺存在空行程的问题,即当它的旋钮旋转时,刻度发生了变化,但测量杆却没有动作,从而给测量带来恒定系统误差。为消除该系统误差,可以采用两个方向对线的异号测量法。第一次以顺时针方向对准标志读数  $x_1$ 。假设被测物的正确读数应为  $X_0$ ,而空行程带来的恒定系统误差为  $\epsilon$ ,则

$$x_1 = X_0 + \epsilon \quad (1.2.14)$$

然后再以逆时针方向旋转对准标志读数  $x_2$ ,则

$$x_2 = X_0 - \epsilon \quad (1.2.15)$$

取两次测得值的平均值,有

$$X_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad (1.2.16)$$

由式(1.2.16)可见,此时以平均值为测量结果将不再含有空行程引起的恒定系统误差。

③交换测量法。交换测量法就是把被测量与标准量的位置互换,进行两次测量,使产生恒定系统误差的因素对测量结果的影响起相反作用,从而达到消除恒定系统误差的目的。

**例 1.9** 应用高斯双重称量法测定质量。

**解** 用天平和砝码按高斯双重称量法测定质量就是交换测量法的一个实例。高斯双重称量法示意图如图 1.2.4 所示。

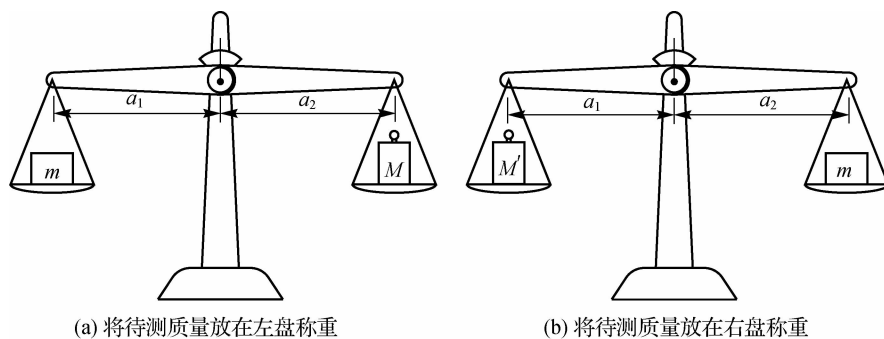


图 1.2.4 高斯双重称量法示意图

首先将被测质量  $m$  放在左盘, 标准砝码  $M$  放在右盘, 当天平平衡时, 有

$$ma_1 = Ma_2 \quad (1.2.17)$$

$$m = \frac{a_2}{a_1} M \quad (1.2.18)$$

然后将被测质量与标准砝码的位置互换, 并调整标准砝码的质量到  $M'$ , 以使天平重新平衡, 则有

$$M'a_1 = ma_2 \quad (1.2.19)$$

$$m = \frac{a_1}{a_2} M' \quad (1.2.20)$$

由式(1.2.18)和式(1.2.20)相乘可得

$$m = \sqrt{MM'} \quad (1.2.21)$$

根据式(1.2.21)得到的测量结果中不再含有因天平臂长不等而带来的恒定系统误差。

(5) 变值系统误差的削弱和消除方法有如下几种:

① 对称测量法。对称测量法是一种有效的削弱或消除线性系统误差的方法。若测量过程中存在随时间或其他因素呈线性规律变化的系统误差, 则可按图 1.2.5 选定某时刻点  $t_3$  为中心, 与此时刻点对称的任何两个时刻的系统误差的平均值都等于中心时刻的系统误差值, 即

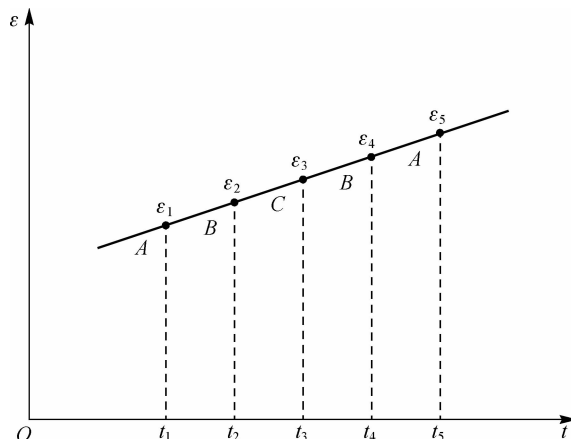


图 1.2.5 对称测量法原理示意图

$$\frac{\epsilon_1 + \epsilon_5}{2} = \frac{\epsilon_2 + \epsilon_4}{2} = \epsilon_3 \quad (1.2.22)$$

据此可将测量程序对称安排,即按照  $t_1 \sim t_5$  时刻,将被测量  $A, B$  与  $C$  按  $A-B-C-B-A$  的顺序进行测量,如图 1.2.5 所示,然后取对称两次测量结果的平均值作为对应被测量的最终测量结果,如此就可以将线性变化的系统误差转化为可修正的恒定系统误差。

②半周期偶数测量法。半周期偶数测量法指以周期性变化系统误差的变化半周期为间隔进行测量,将相邻两次测得值的平均值作为测量结果,以此消除测量中周期性系统误差的影响。

③组合测量法。组合测量法是消除以复杂规律变化的系统误差的一种有效方法。所谓组合测量法,是指对一组相互存在依赖关系的被测量进行一系列以这些被测量的不同组合为结果的直接或间接测量,从而得到一组具有一定数学关系的方程组,通过求解该方程组确定各被测量的量值。通过这些不同组合方式,使得某些系统误差的出现规律对于组合后的结果而言呈现随机性,即将系统误差随机化,从而削弱或消除系统误差对测量结果的影响。

## 2. 粗大误差

超出在规定条件下预期的误差称为粗大误差。粗大误差的绝对值与同组测量数据中其他测得值的误差相比明显偏大,即明显歪曲了测量结果。含有粗大误差的测量值称为异常值、离群值或坏值。

### 1) 粗大误差的产生原因

粗大误差主要是由在测量过程中某些意外发生的不正常因素所致,可归纳为如下两个方面:

(1)测量人员的主观因素。主要是由于测量者在测量时的疏忽造成错误读取示值、错误记录测量值、错误计算和错误操作及使用有缺陷的计量器具等人为因素所引入的粗大误差,这是产生粗大误差的主要原因。

(2)外界条件的客观因素。在测量过程中,因测量条件发生意外突变引起测量仪器示值的突然跳变而产生粗大误差,如测量过程中遭遇机械冲击振动或外界强电磁场干扰等。

### 2) 可疑值的基本处理原则

在多次重复性测量中,有时会发现少数测得值偏离平均值较远,因而显得较为可疑。对于这样的可疑值,可按照下列基本原则进行处理:

(1)直观判断,及时剔除。若某可疑值经分析确认是由于错读、错记、错误操作或确实是因为测量条件发生意外突变而得到的测量值,则可以将该次测量数据从测量记录中剔除,但应注明原因。这种方法称为物理判别法或直观判别法。

(2)增加测量次数,继续观察。如果在测量过程中发现可疑值,但又不能充分肯定它是异常值,则可以在维持等精度测量条件前提下,增加若干测量次数,如果该可疑值确系较大的随机误差,则有可能在更多次的测量中,出现能够充分抵消其影响的其他随机误差。

(3)用统计方法进行判别。若测量完毕后仍不能确定可疑值是否为异常值,则可用统计学方法给出的粗大误差判别准则进行判别和确定。

(4)保留不剔,确保安全。如果以上三种原则均不能充分肯定可疑值为异常值,则为保险起见,一般以不剔除为好。

### 3) 粗大误差的统计判别方法

(1)莱因达(3s)准则。假设对被测量进行  $n$  次重复性测量,得到测得值  $\{x_i\} (1 \leq i \leq n)$ ,且测得值中不含系统误差,随机误差服从正态分布,则当某测得值对应的残差大于三倍样本

## ■ 传感器与检测技术

标准差,即

$$|v_k| > 3s \quad (1.2.23)$$

式中

$$v_i = x_i - \bar{x}, 1 \leq i \leq n$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n v_i^2}$$

则认为  $v_k$  为粗大误差,且对应的测得值  $x_k$  为异常值,应加以剔除。

莱因达准则是一个简便但保守的判别准则,当测量次数  $n \leq 10$  时,即使存在粗大误差也可能判别不出,因此当测量次数多于 30 次时较为适宜使用。

(2) 格拉布斯准则。假设对被测量进行  $n$  次重复性测量,得到测得值  $\{x_i\} (1 \leq i \leq n)$ ,且测得值中不含系统误差,随机误差服从正态分布。将测得值由小到大排序得到新的数据列为

$$\{x_{(i)}\}, 1 \leq i \leq n, x_{(i)} \leq x_{(i+1)} \quad (1.2.24)$$

以数据中的最小值  $x_{(1)}$  或最大值  $x_{(n)}$  为考察对象,若认为  $x_{(1)}$  为可疑值,则取统计量为

$$g = \frac{\bar{x} - x_{(1)}}{s} \quad (1.2.25)$$

若认为  $x_{(n)}$  为可疑值,则取统计量为

$$g = \frac{x_{(n)} - \bar{x}}{s} \quad (1.2.26)$$

当  $g \geq g_0(n, \alpha)$  时,即认为相应的可疑值为含有粗大误差的异常值,应加以剔除。其中  $g_0(n, \alpha)$  是测量次数为  $n$ 、显著性水平为  $\alpha$  时的统计量临界值,其部分取值可见表 1.2.3。

表 1.2.3 格拉布斯准则统计量临界值  $g_0(n, \alpha)$  部分取值

$n$	$\alpha$		$n$	$\alpha$	
	0.05	0.01		0.05	0.01
3	1.15	1.16	17	2.48	2.78
4	1.46	1.49	18	2.50	2.82
5	1.67	1.75	19	2.53	2.85
6	1.82	1.94	20	2.56	2.88
7	1.94	2.10	21	2.58	2.91
8	2.03	2.22	22	2.60	2.94
9	2.11	2.32	23	2.62	2.96
10	2.18	2.41	24	2.64	2.99
11	2.23	2.48	25	2.66	3.01
12	2.28	2.55	30	2.74	3.10
13	2.33	2.61	35	2.81	3.18
14	2.37	2.66	40	2.87	3.24
15	2.41	2.70	50	2.96	3.34
16	2.44	2.75	100	3.17	3.59

(3)狄克逊准则。假设对被测量进行  $n$  次重复性测量,得到测得值  $\{x_i\} (1 \leq i \leq n)$ ,且测得值中不含系统误差,随机误差服从正态分布。将测得值由小到大排序得到新的数据列为

$$\{x_{(i)}\}, 1 \leq i \leq n, x_{(i)} \leq x_{(i+1)} \quad (1.2.27)$$

则取顺序差统计量为

$$d_{10} = \frac{x_{(n)} - x_{(n-1)}}{x_{(n)} - x_{(1)}} \text{ 或 } d'_{10} = \frac{x_{(1)} - x_{(2)}}{x_{(1)} - x_{(n)}} \quad (1.2.28)$$

$$d_{11} = \frac{x_{(n)} - x_{(n-1)}}{x_{(n)} - x_{(2)}} \text{ 或 } d'_{11} = \frac{x_{(1)} - x_{(2)}}{x_{(1)} - x_{(n-1)}} \quad (1.2.29)$$

$$d_{21} = \frac{x_{(n)} - x_{(n-2)}}{x_{(n)} - x_{(2)}} \text{ 或 } d'_{21} = \frac{x_{(1)} - x_{(3)}}{x_{(1)} - x_{(n-1)}} \quad (1.2.30)$$

$$d_{22} = \frac{x_{(n)} - x_{(n-2)}}{x_{(n)} - x_{(3)}} \text{ 或 } d'_{22} = \frac{x_{(1)} - x_{(3)}}{x_{(1)} - x_{(n-2)}} \quad (1.2.31)$$

若  $d_{ij} > d_0(n, \alpha)$ ,则认为相应的最大测得值或最小测得值为含有粗大误差的异常值,应予剔除。 $d_0(n, \alpha)$ 是测量次数为  $n$ 、显著性水平为  $\alpha$  时的统计量临界值,其部分取值可见表 1.2.4。

表 1.2.4 狄克逊准则统计量临界值  $d_0(n, \alpha)$  部分取值

统计量	$n$	$d_0(n, \alpha)$	
		$\alpha=0.05$	$\alpha=0.01$
$d_{10}$ 或 $d'_{10}$	3	0.941	0.988
	4	0.765	0.889
	5	0.642	0.780
	6	0.560	0.698
	7	0.507	0.637
$d_{11}$ 或 $d'_{11}$	8	0.554	0.683
	9	0.512	0.635
	10	0.477	0.597
$d_{21}$ 或 $d'_{21}$	11	0.576	0.679
	12	0.546	0.642
	13	0.521	0.615
$d_{22}$ 或 $d'_{22}$	14	0.546	0.641
	15	0.525	0.616
	16	0.507	0.595
	17	0.490	0.577
	18	0.475	0.561
	19	0.462	0.547
	20	0.450	0.535

统计量	$n$	$d_0(n, \alpha)$	
		$\alpha=0.05$	$\alpha=0.01$
$d_{22}$ 或 $d'_{22}$	21	0.440	0.524
	22	0.430	0.514
	23	0.421	0.505
	24	0.413	0.497
	25	0.406	0.489

相比于莱因达准则和格拉布斯准则,狄克逊准则不需要计算样本均值、残差和样本标准差,因而计算更为简便。

当  $n \leq 7$  时,推荐使用  $d_{10}$ ; 当  $8 \leq n \leq 10$  时,推荐使用  $d_{11}$ ; 当  $11 \leq n \leq 13$  时,推荐使用  $d_{21}$ ; 当  $n \geq 14$  时,推荐使用  $d_{22}$ 。

在利用以上统计学判据判别粗大误差时,应注意如下几点:

(1) 准确找出可疑值。测量数据中残差绝对值最大者为可疑值,它是测量数据中的最大或最小值之一,比较两者的残差绝对值大小即可确定。

(2) 合理选择判据。可根据测量准确度要求和测量次数来选择判别准则。一般当测量次数  $n \geq 30$  或  $n > 10$  且仅进行粗略判断时,可采用莱因达准则;否则可采用格拉布斯准则或狄克逊准则。

(3) 查找产生粗大误差的原因。对由判别准则确认为异常的可疑值,不应简单加以剔除,而应仔细分析查找产生异常的原因,以做出正确判断。

(4) 判别准则的比较。若测量数据中仅有一个不能充分肯定的可疑值,推荐使用格拉布斯准则;若同时存在两个不能充分肯定的可疑值,最好使用狄克逊准则。

(5) 全部测量数据的否定。若在有限次测量中出现多于两个的异常值,则可以认为整个测量是在不正常的条件下进行的,应改进测量方法,重新进行有效测量。

### 3. 随机误差

随机误差指测量结果与重复性条件下对同一被测量进行无限多次测量所得结果的平均值之差。

随机误差是由众多变化微小的因素所造成的。例如,在长度测量中,某些仪器需要与被测量以一定的压力保持接触,而由于压力机构中弹簧的不稳定性,使得该压力有微小的波动;又如,测量时的环境温度的微小波动可以引起测量机构及被测量的微小变化,这些微小影响就造成了随机误差。

随机误差主要有如下三个特点:

(1) 具有随机性。对于某个具体时刻的随机误差,无法获知其确切的取值。

(2) 产生在测量过程之中。产生随机误差的因素数量众多、影响微小,无法掌握和控制,而且这些因素的影响随时间、环境条件等随时都在发生改变,因此这些因素的影响只有在测量过程之中才能得到充分体现。

(3) 与测量次数有关,增加测量次数可减小随机误差的影响。单个、具体的随机误差无

法确知,但大量的随机误差却服从明确的、可预知的统计规律,且随着随机误差数量的增加,这种规律性就体现得越明显。

随机误差的处理方法依据的是概率论与数理统计,常见的随机误差分布主要有如下几种:

### 1) 正态分布

绝大多数随机误差均服从或近似服从正态分布。正态分布的概率密度函数为

$$f(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad (1.2.32)$$

式中, $\sigma$ 为该正态分布的标准差。正态分布的概率密度曲线如图 1.2.6 所示。

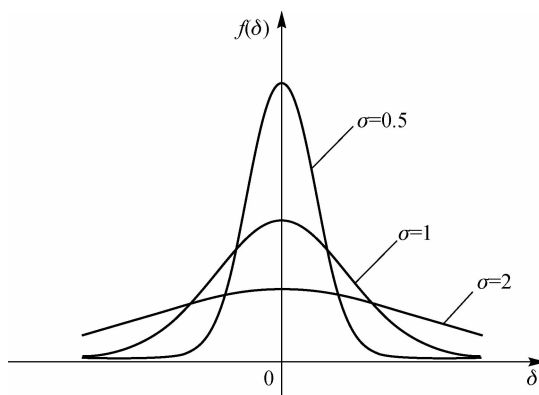


图 1.2.6 正态分布的概率密度曲线

服从正态分布的随机误差具有如下特点:

(1)有界性。由正态分布的概率密度函数可知,给定任意合理的概率  $P$ ,总存在一个误差限  $\Delta$ ,使得随机误差的取值超出该误差限的可能性不大于  $1-P$ ,即

$$\forall P, 0 < P < 1, \exists \Delta > 0, \int_{-\Delta}^{+\Delta} f(x) dx \geq P \quad (1.2.33)$$

(2)对称性。对称性指经过有限次测量,测量结果中的随机误差的符号分布基本均衡,且正、负随机误差的综合影响也基本相同。

(3)抵偿性。抵偿性指在重复性条件下,随机误差的平均值随测量次数的增加而趋向于零。

(4)单峰性。单峰性指绝对值较小的随机误差,其出现的可能性大于绝对值较大的随机误差。

在误差分析中,经常需要在已知随机误差分布函数的条件下,计算给定概率所对应的随机误差取值的范围,使得随机误差  $\delta$  取值超出此范围的概率不大于给定概率,即给定显著度或显著性水平  $\alpha$ ,要求取区间  $[a, b]$ ,使得

$$P(a \leq \delta \leq b) = 1 - \alpha = p \quad (1.2.34)$$

式中, $p$ 称为置信度或置信概率。当随机误差服从正态分布时,常以分布标准差的倍数来表示该区间范围,即要求取常数  $K$ ,使得

$$P(|\delta| \leq K\sigma) = p \quad (1.2.35)$$

或

$$P(|\delta| > K\sigma) = \alpha \quad (1.2.36)$$

式中,  $\sigma$  为正态分布的标准差。

根据正态分布密度函数可知

$$P(|\delta| \leq K\sigma) = 2\Phi(K) \quad (1.2.37)$$

式中,  $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{u^2}{2}} du$  为拉普拉斯函数, 其数值可通过查表获得。

## 2) 均匀分布

均匀分布又称等概率分布或矩形分布, 其概率密度函数为

$$f(\delta) = \begin{cases} \frac{1}{2a}, & |\delta| \leq a \\ 0, & |\delta| > a \end{cases} \quad (1.2.38)$$

其概率密度曲线如图 1.2.7 所示。

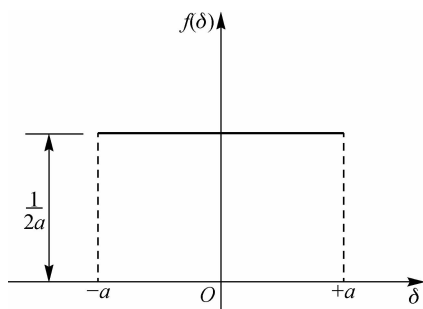


图 1.2.7 均匀分布概率密度曲线

进行数据修约时引入的舍入误差可认为是服从均匀分布的, 此外, 某些仪器度盘刻线误差所引起的角度误差、眼睛引起的瞄准误差、数字式仪器的量化误差等均服从均匀分布。

## 3) 三角分布

两个服从相同均匀分布的相互独立随机变量之和服从三角分布。三角分布的概率密度函数为

$$f(\delta) = \begin{cases} \frac{a+\delta}{a^2}, & -a \leq \delta < 0 \\ \frac{a-\delta}{a^2}, & 0 < \delta \leq a \end{cases} \quad (1.2.39)$$

其概率密度曲线如图 1.2.8 所示。

## 4) 反正弦分布

在无线电计量中, 微波信号在传输过程中由于失配而引起信号反射, 这一反射最终可表示为相位的正弦(或余弦)函数  $e \sin \varphi$  ( $e \cos \varphi$ ), 其中  $e$  是反射系数, 可视为一个常数。假设  $\varphi$  在区间  $(-\pi, \pi)$  上均匀分布, 则  $e \sin \varphi$  与  $e \cos \varphi$  服从反正弦分布, 其概率密度函数为

$$f(\delta) = \begin{cases} \frac{1}{\pi \sqrt{e^2 - \delta^2}}, & |\delta| < e \\ 0, & |\delta| \geq e \end{cases} \quad (1.2.40)$$

其概率密度如图 1.2.9 所示。



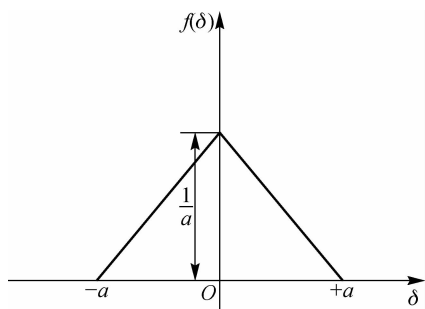


图 1.2.8 三角分布概率密度曲线

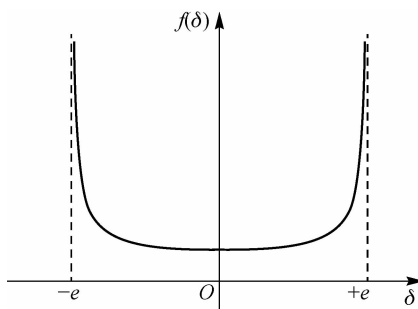


图 1.2.9 反正弦分布概率密度曲线

5)  $\chi^2$  分布

若随机变量  $X_1, X_2, \dots, X_\nu$  相互独立且服从标准正态分布  $N(0, 1)$ , 则随机变量  $Y = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_\nu^2$  服从自由度为  $\nu$  的  $\chi^2$  分布, 其概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}} \Gamma(\frac{\nu}{2})} x^{\frac{\nu}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (1.2.41)$$

其概率密度曲线如图 1.2.10 所示。 $\chi^2$  分布是  $t$  分布与  $F$  分布的基础。

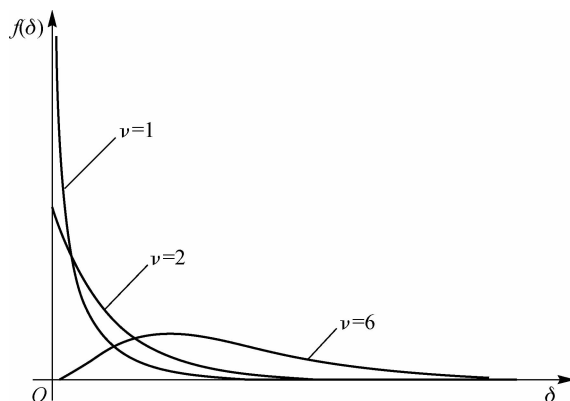


图 1.2.10  $\chi^2$  分布概率密度曲线

6)  $t$  分布

若随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立,  $X$  服从标准正态分布  $N(0, 1)$ ,  $Y$  服从自由度为  $\nu$  的  $\chi^2$  分布, 则随机变量

$$t = \frac{X}{\sqrt{\frac{Y}{\nu}}} \quad (1.2.42)$$

服从自由度为  $\nu$  的  $t$  分布, 其概率密度函数为

$$f(x) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\sqrt{\nu\pi} \Gamma(\frac{\nu}{2})} \left(1 + \frac{x^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}} \quad (1.2.43)$$

其概率密度曲线如图 1.2.11 所示。

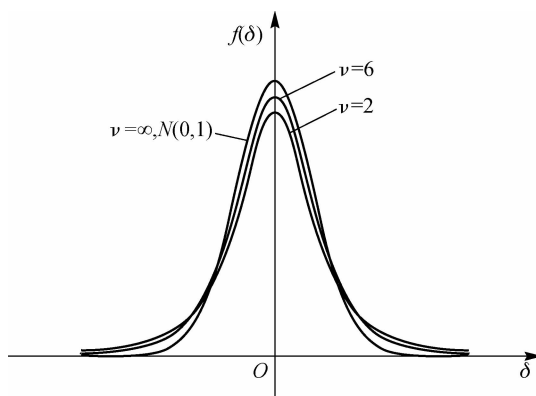


图 1.2.11  $t$  分布概率密度曲线

$t$  分布是一种重要的分布,当测量次数较少时,测量数据的误差分布通常认为服从  $t$  分布。它在测量不确定度评定中占有重要地位。

### 7) $F$ 分布

设随机变量  $X_1$  和  $X_2$  相互独立且分别服从自由度为  $\nu_1$  和  $\nu_2$  的  $\chi^2$  分布,则随机变量

$$Y = \frac{\frac{X_1}{\nu_1}}{\frac{X_2}{\nu_2}} \quad (1.2.44)$$

服从自由度为  $(\nu_1, \nu_2)$  的  $F$  分布,其概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1 + \nu_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)} \nu_1^{\frac{\nu_1}{2}} \nu_2^{\frac{\nu_2}{2}} \cdot \frac{x^{\frac{\nu_1}{2}-1}}{(\nu_1 x + \nu_2)^{\frac{\nu_1 + \nu_2}{2}}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (1.2.45)$$

其概率密度曲线如图 1.2.12 所示。

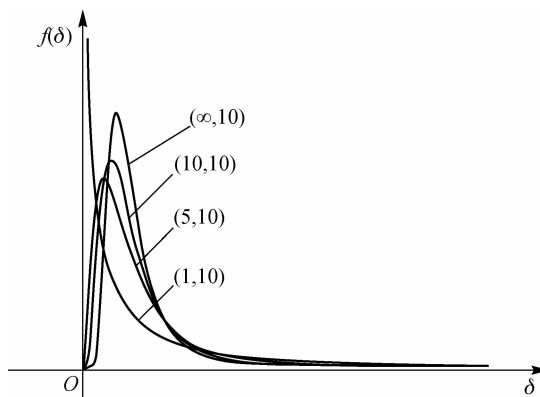


图 1.2.12  $F$  分布概率密度曲线

$F$  分布是一种在统计检验中经常用到的重要分布,回归方程显著性检验中就要使用到它。

## 1.2.6 测量数据处理

### 1. 算术平均值原理

设对某被测量进行  $n$  次重复性测量, 得到测得值  $\{x_i\} (1 \leq i \leq n)$ , 则为了减小随机误差对测量结果的影响, 应以该组测得值的算术平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.2.46)$$

作为最终的测量结果。可以证明, 当随机误差相互独立且服从正态分布时, 算术平均值是被测量真值在最大似然意义下的最佳估计值。

由算术平均值可以导出残余误差(简称残差) $v$  的概念, 即

$$v_i = x_i - \bar{x} (1 \leq i \leq n) \quad (1.2.47)$$

残余误差有如下两个重要特性:

- (1) 残余误差具有抵偿性, 一组测量数据对应的残差代数和为零。
- (2) 残余误差平方和为最小, 即若以其他值替代算术平均值作为被测量真值的估计值, 则残差平方和将会增大。

### 2. 测量标准差及其估计

#### 1) 单次测量的标准差

对于同一被测量, 在重复性条件下进行  $n$  次测量, 得到测得值  $\{x_i\} (1 \leq i \leq n)$ , 则单次测量的标准差是表征该组测量值分散性的参数, 并定义为

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - X_0)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i^2} \quad (1.2.48)$$

式中,  $X_0$  为被测量的真值。

#### 2) 利用贝塞尔公式估计测量标准差

在实际测量中, 由于真值的不可知性, 因此需要以算术平均值作为约定真值来计算标准差, 此时的标准差估计公式为贝塞尔公式, 即

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n v_i^2} \quad (1.2.49)$$

式中,  $s$  称为样本标准差或实验标准差。

#### 3) 利用极差法估计测量标准差

使用贝塞尔公式求取实验标准差, 计算较为烦琐, 极差法则可以更为便捷地给出测量标准差的估计值。

对于同一被测量, 在重复性条件下进行  $n$  次测量, 得到测得值  $\{x_i\} (1 \leq i \leq n)$ 。假设测得值服从正态分布, 定义极差  $\omega_n$  为测得值中的最大值  $x_{\max}$  与最小值  $x_{\min}$  之差 ( $x_{\max} - x_{\min}$ ), 则测量标准差可估计为

$$s = \omega_n / d_n \quad (1.2.50)$$

式中的系数  $d_n$  取值见表 1.2.5。

表 1.2.5 极差法系数  $d_n$  取值

$n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$d_n$	1.13	1.69	2.06	2.33	2.53	2.70	2.85	2.97	3.08	3.17
$n$	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
$d_n$	3.26	3.34	3.41	3.47	3.53	3.59	3.64	3.69	3.74	

4)最大误差法

当已知各测量数据的误差或残差时,可根据最大误差法估计测量标准差,公式为

$$s = \frac{1}{K_n} \max_{1 \leq i \leq n} |\delta_i| \quad (1.2.51)$$

或

$$s = \frac{1}{K'_n} \max_{1 \leq i \leq n} |v_i| \quad (1.2.52)$$

系数  $K_n$  和  $K'_n$  取值见表 1.2.6。

表 1.2.6 最大误差法系数  $K_n$ 、 $K'_n$  取值

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$1/K_n$	1.25	0.88	0.75	0.68	0.64	0.61	0.58	0.56	0.55	0.53
$n$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$1/K_n$	0.52	0.51	0.50	0.50	0.49	0.48	0.48	0.47	0.47	0.46
$n$	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$1/K_n$	0.46	0.45	0.45	0.45	0.44	0.44	0.44	0.44	0.43	0.43
$n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
$1/K'_n$	1.77	1.02	0.83	0.74	0.68	0.64	0.61	0.59	0.57	0.51
$n$	20	25	30							
$1/K'_n$	0.48	0.46	0.44							

若实验的代价较高,只能进行一次实验,或由于其他原因无法得到多次测量的数据时,则贝塞尔公式或极差法将无法使用,此时要尽可能准确地估计测量标准差,最大误差法就尤为有用。

尽管极差法和最大误差法的估计具有一定的精度,但可靠性要低于使用贝塞尔公式所计算出的实验标准差。因此,对于重要的测量,或不同计算方法给出的结果出现矛盾时,应以贝塞尔公式的结果为准。

3. 算术平均值与实验标准差的标准差

算术平均值作为被测量真值的估计,它本身也会由于随机误差的影响而呈现随机性,即在重复性条件下对同一被测量进行测量次数相等的两组测量,则所得的两个算术平均值之间也将存在差异。算术平均值的标准差即表征了在相同的随机因素影响下对同一被测量进行测量所得算术平均值的分散性,这一标准差为

$$s_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{n}} s = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n v_i^2} \quad (1.2.53)$$

式中,  $s$  为单次测量的实验标准差。证明从略。

由式(1.2.53)可见,增加每组测量的次数可以减小算术平均值的标准差,即可以提高算术平均值作为被测量真值估计的可靠性。但由于算术平均值标准差是按测量次数平方根的倒数而减小的,因此,这一可靠性增加的代价是比较昂贵的。一般情况下,取测量次数在10以内较为适宜。总之,要根据测量的成本开销及实验次数的可行性来选择适宜的测量次数与测量仪器的精度。

类似于算术平均值,实验标准差作为测量标准差的估计,也存在随机性,即在重复性条件下对同一被测量进行测量次数相等的两组测量,所得的两个实验标准差之间也将存在差异。实验标准差的标准差同样表征了实验标准差的分散性与可靠性。利用贝塞尔公式求得的实验标准差的标准差为

$$s_s = \frac{s}{\sqrt{2(n-1)}} \quad (1.2.54)$$

由式(1.2.54)可见,增加测量次数同样可以减小实验标准差的标准差,提高其可靠性。

#### 4. 测量不确定度的基本知识

所谓测量不确定度,是指为表征合理赋予被测量的值的分散性、与测量结果相联系的参数,它可以是测量标准差,或标准差的倍数,或说明了置信水平的区间半宽。测量不确定度恒为正值。

以标准差表示的测量不确定度称为标准不确定度,用符号  $u$  表示。根据评定方法不同,标准不确定度可分为 A、B 两类。用对观测数据进行统计分析的方法来评定的标准不确定度称为不确定度的 A 类评定或 A 类不确定度,它等于测量数据的实验标准差,即  $u = s$ ; 用不同于 A 类评定的其他方法来评定的标准不确定度称为不确定度的 B 类评定或 B 类不确定度。需要说明的是,将标准不确定度分为 A 类和 B 类的目的仅在于说明计算途径的不同,而非有意要表明两种方法有何本质差异。这两种方法从根源上来说都基于概率分布,并用标准差表征。

若测量结果是由若干个其他量的值求得的,则按其他量的方差或协方差计算得到的标准不确定度称为合成标准不确定度,用符号  $u_c$  表示。

由于标准不确定度对应于一个实验标准差,相应的置信水平通常不够高,如在正态分布的情况下,一个实验标准差对应的置信水平仅为 68.27%,因此为了使不确定度对应的置信区间足够大以包括大多数合理的随机误差影响,可以将标准差乘以一个因子  $k$  来作为不确定度的表示,该不确定度称为扩展不确定度,用符号  $U$  表示,因子  $k$  称为包含因子,即  $U = ks$ 。包含因子有时也以  $k_p$  的形式给出,它表明此时扩展不确定度对应区间的置信水平为  $p$ ,而此时的扩展不确定度也应写为  $U_p$ 。当  $p$  为 0.99 或 0.95 时,  $U_p$  可写作  $U_{99}$  或  $U_{95}$ 。

误差可用绝对误差和相对误差来表示,类似地,不确定度也可用绝对和相对形式来表示。被测量  $x$  的相对标准不确定度用  $u_{\text{rel}}(x)$  表示,它与标准不确定度  $u(x)$  之间的关系为

$$u_{\text{rel}}(x) = \frac{u(x)}{x} \quad (1.2.55)$$

测量误差和测量不确定度是误差理论中的两个重要概念,它们之间的主要区别见表1.2.7。

表 1.2.7 测量误差和测量不确定度的主要区别

区别项目	测量误差	测量不确定度
定义	表明测量结果偏离真值的程度,是一个确定的值	表明测量值的分散性,是一个范围。用标准差、标准差的倍数或说明了置信水平的区间半宽度来表示
分类	按出现于测量结果中的规律性分为随机误差和系统误差,它们都是无限多次测量假设下的理想概念	按是否用统计方法求取分为 A 类不确定度和 B 类不确定度。评定不确定度时,一般不必区分其性质,若需要区分,则应表述为“由随机效应引入的测量不确定度分量”和“由系统效应引入的测量不确定度分量”
可操作性	因真值未知,所以绝大多数情况下不能得到测量误差的值;当用约定真值代替真值时,可得到测量误差的估计值	测量不确定度可根据实验、资料和经验等信息进行评定,可以定量确定测量不确定度的值
数值符号	具有确切的值和符号	是一个无符号参数,恒取正值
合成方法	各误差分量的代数和	各分量相互独立时,采用平方和根法合成;否则应考虑加入相关项
结果修正	已知误差估计值时,可对测量结果进行修正	不能用测量不确定度对测量结果进行修正。对已修正测量结果进行不确定度评定时,应考虑修正不完善引入的不确定度分量
结果说明	误差是客观存在且不以人的认识程度而转移。误差属于具体的测量结果,相同的测量结果具有相同的误差,与得到该测量结果的测量仪器和测量方法无关	测量不确定度与人们对被测量、影响量及测量过程的认识有关
实验标准差	来源于给定的测量结果,它不表示被测量估计值的随机误差	来源于合理赋予的被测量之值,表示同一组测量数据中,任一估计值的标准不确定度
自由度	不存在	可作为不确定度评定可靠程度的指标
置信概率	不存在	了解分布时,可根据置信概率给出置信区间

产生测量不确定度的原因主要包括以下几方面:

(1)被测量的定义不完整或不完善。例如,对测量条件的定义说明不完整而引起的不确定度。

(2)实现被测量定义的方法不理想。例如,对被测量的定义虽然完整,但由于实际测量时的测量条件无法满足定义的要求而引入不确定度。

(3)取样的代表性不够,即被测量的样本不能完全代表所定义的被测量。例如,对某种材料的性质进行测量时,需要从大块的材料上取样,则由于材料的成分或均匀性方面不能完全代表所定义的被测量,导致取样引入测量不确定度。

(4)对测量过程受环境影响的认识不周全,或对环境条件的测量与控制不完善。

(5)对模拟式仪器的读数存在人为偏差。

(6)测量仪器的计量性能上存在局限性,如仪器的灵敏度、鉴别力阈、分辨力、死区及稳定性等。

(7)赋予计量标准的值和标准物质的值不准确。

(8)引用的数据或其他参量的不确定度。

(9)与测量方法和测量程序有关的近似性与假定性。

(10)在表面上看来完全相同的条件下,被测量重复测量值的变化。

测量不确定度的分析与评定是从确定测量方法和建立测量过程的数学模型开始的,它是正确合理地评定测量不确定度的基础。建立数学模型的目的是要建立满足测量不确定度评定要求的、描述被测量  $Y$  和所有的影响量  $X_1, X_2, \dots, X_n$  间关系的函数,其一般形式可写为

$$Y=f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1.2.56)$$

一个合适的数学模型对于测量不确定度评定的合理与否具有关键作用。一个好的数学模型应满足以下条件:

(1)数学模型应包含能影响测量结果的所有输入量。

(2)不遗漏任何能影响测量结果的不确定度分量。

(3)不重复计算任何一项对测量结果有影响的不确定度分量。

(4)有多种形式的数学模型可供选择时,应选择合适的输入量以尽可能避免输入量之间复杂的相关性。

### 5. 标准不确定度的 A 类评定

1) 单次测量结果的标准不确定度与平均值的标准不确定度

对被测量  $X$  在重复性或复现性条件下进行  $n$  次独立测量,测量值为  $\{x_i\} (1 \leq i \leq n)$ 。由式(1.2.49)可知,该组测量值的单次测量实验标准差为

$$s(x_i) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n v_k^2} \quad (1.2.57)$$

因此,当取该组测量值中任意一个作为测量结果时,该测量结果的标准不确定度为

$$u(x) = s(x_i) \quad (1.2.58)$$

若取整组数据的算术平均值作为测量结果,由式(1.2.53)可知,此时测量结果的标准不确定度为

$$u(\bar{x}) = s_x = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}} \quad (1.2.59)$$

若由于某种原因(如因检定规程的要求)而只能从该组数据中选取  $m$  个测量值来取算术平均作为测量结果,则此时测量结果的标准不确定度为

$$u(\bar{x}_m) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{m}} \quad (1.2.60)$$

以上三个标准不确定度的自由度均为

$$\nu = n - 1 \quad (1.2.61)$$

当自由度充分大,即测量次数充分多时,A类不确定度的评定才是可靠的。一般认为  $n$  应大于 5,但这也需要根据实际情况确定。如果所考虑的不确定度分量对合成标准不确定度的贡献较大, $n$  不宜太小;如果贡献不大,则  $n$  可适当取小值。

要获得  $s(x_i)$ ,并不必每次、每个测量点都要进行足够多次测量,可以采用以往的或同类测量所得的实验标准差。当一个量程有多个受检点时,可选取示值变动性最大的点进行多次测量,以该点处的实验标准差作为全量程各点的代表。不过,当各点的实验标准差可能相差较大时,则不能使用这种方法。

当不确定度以绝对形式表示时,通常取量程的最大检定点进行多次测量,计算实验标准差来代表量程各点;当不确定度以相对形式表示时,通常选取量程的最小检定点进行多次测量,计算相对实验标准差来代表量程各点。

**例 1.10** 对一等标准活塞压力计的活塞有效面积进行检定。在各种压力下测定有效面积  $S_0$  与工作基准面积  $S_B$  之比  $l_i$  为

$$\begin{array}{cccccc} 0.250\ 670 & 0.250\ 673 & 0.250\ 670 & 0.250\ 671 & 0.250\ 675 \\ 0.250\ 671 & 0.250\ 675 & 0.250\ 670 & 0.250\ 673 & 0.250\ 670 \end{array}$$

试求  $S_0$  的相对标准不确定度。

**解** 由题中所给  $l_i$  的数据,可求得  $l$  的最佳估计值为

$$\bar{l} = \frac{1}{10} \sum_{1 \leq i \leq 10} l_i = 0.250\ 672 \quad (1.2.62)$$

由贝塞尔公式可求得单次测量标准差为

$$s(l_i) = \sqrt{\frac{1}{10-1} \sum_{1 \leq i \leq 10} (l_i - \bar{l})^2} = \sqrt{\frac{38 \times 10^{-12}}{9}} = 2.05 \times 10^{-6} \quad (1.2.63)$$

$\bar{l}$  因测量重复性导致的标准不确定度为

$$u(l) = s_l = \frac{s(l_i)}{\sqrt{10}} = 0.63 \times 10^{-6} \quad (1.2.64)$$

$u(l)$  表示该一等标准活塞压力计活塞有效面积  $S_0$  与工作基准面积  $S_B$  之比  $l$  因测量重复性引起的不确定度分量,其中并不包括  $S_B$  的不确定度、加力砝码的质量与温度影响等其他不确定度分量。由测量重复性引起的  $S_0$  的标准不确定度分量为

$$u(S_0) = u(l) S_B = 0.63 \times 10^{-6} S_B \quad (1.2.65)$$

以相对标准不确定度表示则有

$$u_{\text{rel}}(S_0) = \frac{S_B}{S_0} u(l) = \frac{u(l)}{\bar{l}} = 2.5 \times 10^{-6} \quad (1.2.66)$$



## 2) 测量过程的合并实验标准差

对于一个测量过程,若采用核查标准或控制图的方法使其处于统计控制状态,且测量过程仅受相同的随机性的影响,则当每次核查所得当次核查的实验标准差具有相同的自由度时,该测量过程的合并实验标准差为

$$s_p = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k s_i^2} \quad (1.2.67)$$

式中,  $s_i$  为每次核查时的实验标准差;  $k$  为核查次数。

## 例 1.11 量块的测量保证方案。

**解** 为使实验处于统计控制状态,实验室需要以核查标准随时检查工作。现以核查标准量块建立单个量块的标准差。对 90 mm 量块进行重复检查,每次测量所得的测量值为量块测得值与标称值之间的偏差。

(1) 第一次检查时的测量值  $L_{1,j}$  为

$$0.250 \mu\text{m} \quad 0.236 \mu\text{m} \quad 0.210 \mu\text{m} \quad 0.222 \mu\text{m} \quad 0.225 \mu\text{m} \quad 0.228 \mu\text{m}$$

该次核查的均值和单次测量标准差分别为

$$\bar{L}_1 = \frac{1}{6} \sum_{1 \leq j \leq 6} L_{1,j} = 0.225 \mu\text{m} \quad (1.2.68)$$

$$s_1 = \sqrt{\frac{1}{6-1} \sum_{1 \leq j \leq 6} (L_{1,j} - \bar{L}_1)^2} = 0.015 \mu\text{m} \quad (1.2.69)$$

(2) 第二次检查时的测量值  $L_{2,j}$  为

$$0.348 \mu\text{m} \quad 0.236 \mu\text{m} \quad 0.210 \mu\text{m} \quad 0.222 \mu\text{m} \quad 0.225 \mu\text{m} \quad 0.228 \mu\text{m}$$

该次核查的均值和单次测量标准差分别为

$$\bar{L}_2 = \frac{1}{6} \sum_{1 \leq j \leq 6} L_{2,j} = 0.228 \mu\text{m} \quad (1.2.70)$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{1}{6-1} \sum_{1 \leq j \leq 6} (L_{2,j} - \bar{L}_2)^2} = 0.013 \mu\text{m} \quad (1.2.71)$$

## (3) 两次核查的合并实验标准差为

$$s_p = \sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{2}} = 0.014 \mu\text{m} \quad (1.2.72)$$

以  $s_p$  作为核查标准来检验任意一次测量,则标准不确定度为

$$u(L) = \frac{s_p}{\sqrt{n}} = \frac{0.014 \mu\text{m}}{\sqrt{6}} = 0.006 \mu\text{m} \quad (1.2.73)$$

$\bar{L}_1$  和  $\bar{L}_2$  的实验标准差非常接近,表明被测量处于统计控制状态; $\bar{L}_1$  和  $\bar{L}_2$  之差反映了被测量的漂移,是衡量被测量的另一个重要指标。

采用合并样本标准差的方法可以核查标准是否处于控制状态,而且还能得到自由度较高的标准不确定度,此时实验标准差的值虽然没有明显变化,但可靠性却提高了。

## 3) 规范测量中的合并实验标准差

规范测量是指明确规定了程序、条件的测量,如按测量仪器检定规程进行的检定和按给定技术规范对某参数的测量。当确认测量处于统计控制状态下时,可以认为对被测量  $X$  的单次测量结果  $x_i$  的标准差相等。通过累积的测量结果可以计算出自由度充分大的合并实验标准差  $s_p(x)$ ,以用于每次测量结果的评定。

## ■ 传感器与检测技术

设对  $m$  个被测量  $X_i (1 \leq i \leq m)$  在重复性条件下进行测量。

(1) 若对各被测量均进行了  $n$  次独立测量, 测量值为  $\{x_{i,j}\} (1 \leq j \leq n)$ , 其平均值为  $\bar{x}_i$ , 则合并实验标准差为

$$s_p = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i^2} = \sqrt{\frac{1}{m(n-1)} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{i,j} - \bar{x}_i)^2} \quad (1.2.74)$$

自由度为

$$\nu = m(n-1) \quad (1.2.75)$$

(2) 若各被测量的测量次数不完全相等, 分别为  $n_i (1 \leq i \leq m)$  次, 各被测量的实验标准差和自由度分别为  $s_i$  和  $\nu_i = n_i - 1$ , 则合并实验标准差为

$$s_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \nu_i s_i^2}{\sum_{i=1}^m \nu_i}} \quad (1.2.76)$$

自由度为

$$\nu = \sum_{i=1}^m \nu_i \quad (1.2.77)$$

例如, 当依据检定规程对一台仪器进行检定时, 需要对整个量程上均匀分布的 10 个点进行检定, 即  $m=10$ ; 每个点测量 2 次, 即  $n=2$ 。如果各点处所得的实验标准差  $s_i$  无明显差异和规律性变化, 则可以通过合并实验标准差获得各受检点因测量重复性引起的测量不确定度。

当某些试验只能得到一个测量值时, 可考虑用两台或多台型号、准确度完全相同的仪器同时进行测量, 以这些仪器的测量结果作为一组测量值, 经过多点试验后再合并实验标准差。

### 4) A 类不确定度评定的独立性

在重复性条件下得到的测量数据的不确定度通常比用其他评定方法所得的不确定度更为客观, 并具有统计学的严格性, 但要求有充分的重复次数。此外, 该测量程序中的重复测量值应相互独立。

(1) 当被测量是一批材料的某种特性, 所有重复测量值来自同一样品, 而取样又是测量程序的一部分时, 测量值不具有独立性, 必须把不同样本间可能存在的随机差异导致的不确定度分量考虑在内。

(2) 测量仪器的调零是测量程序的一部分, 重新调零应成为重复性的一部分。

(3) 当通过测量直径来计算圆的面积时, 各次直径测量应随机选取不同的方向进行。

(4) 当使用测量仪器的同一测量段进行重复性测量时, 测量结果均含有相同的这一测量段的误差, 从而降低了测量结果间的相互独立性。

(5) 在一个气压表上重复多次读取示值时, 应将气压表扰动一下, 再使其恢复到平衡状态后读数, 因为即使大气压力并无变化, 也可能存在示值和读数的误差。

影响量的相互影响有时难以避免, 因此也可能出现重复计算。如果这些量对于合成标准不确定度的贡献较大, 则应考虑将重复计算的影响量扣除。例如, 采用标准洛氏硬度块检定金属洛氏硬度计, 硬度块的均匀性既影响到硬度块的不确定度, 又影响到硬度计的测量重复性, 而且影响相当明显, 此时要注意不能重复计算。

## 6. 标准不确定度的 B 类评定

### 1) B 类不确定度评定的信息来源

当被测量  $X$  的估计值  $x$  并非通过重复测量而得, 其标准不确定度  $u(x)$  可用  $x$  的可能变化的有关信息或资料来评定。B 类不确定度评定的信息来源有以下六种:

- (1) 以往的观测数据。
- (2) 对有关技术资料 and 测量仪器特性的了解和经验。
- (3) 生产部门提供的技术说明文件。
- (4) 校准证书、检定证书或其他文件提供的数据及准确度的等级或级别, 包括目前暂时使用的极限误差等。
- (5) 手册或某些资料给出的参考数据及其不确定度。
- (6) 规定实验方法的国家标准或类似技术文件中给出的重复性限  $r$  或复现性限  $R$ 。

### 2) B 类不确定度的评定方法

(1) 已知置信区间和包含因子的情况。根据经验和有关信息或资料, 首先分析或判断被测量值落入的区间  $[\bar{x}-a, \bar{x}+a]$ , 并估计区间内被测量值的分布形式, 然后按置信水平  $p$  来估计包含因子  $k$ , 则 B 类标准不确定度为

$$u(x) = a/k \quad (1.2.78)$$

(2) 已知扩展不确定度  $U$  和包含因子  $k$  的情况。若估计值  $x$  来源于制造部门的说明书、校准证书、手册或其他资料, 其中还同时明确给出了其扩展不确定度  $U(x)$  是标准差  $s(x)$  的  $k$  倍, 指明了包含因子  $k$  的大小, 则标准不确定度为

$$u(x) = U(x)/k \quad (1.2.79)$$

(3) 已知扩展不确定度  $U_p$  和置信水平  $p$  的正态分布情况。若  $x$  的扩展不确定度并非按标准差的  $k$  倍给出, 而是给出了置信水平  $p$  与置信区间半宽  $U_p$ , 除非另有说明, 一般按正态分布来评定其标准不确定度, 即

$$u(x) = U_p/k_p \quad (1.2.80)$$

其中, 正态分布的置信水平  $p$  与包含因子  $k_p$  间的关系见表 1.2.8。

表 1.2.8 正态分布置信水平  $p$  与包含因子  $k_p$  间的关系

$p/\%$	50	68.27	90	95	95.45	99	99.73
$k_p$	0.67	1	1.645	1.96	2	2.576	3

**例 1.12** 校准证书上给出标称值为  $10 \Omega$  的标准电阻器的电阻  $R_S$  在  $23^\circ\text{C}$  时为

$$R_S = (10.000\,74 \pm 0.000\,13) \Omega$$

同时说明置信水平  $p=99\%$ 。试求该电阻器阻值的标准不确定度。

**解** 由校准证书所给该电阻器阻值可知  $U_{99} = 0.13 \text{ m}\Omega$ , 查表 1.2.8 得  $k_p = 2.58$ , 故该电阻器阻值的标准不确定度为

$$u(R_S) = 0.13/2.58 = 50 \mu\Omega \quad (1.2.81)$$

**例 1.13** 根据所获得的资料, 输入量  $X$  的值有  $50\%$  的概率落于  $[a_-, a_+]$  区间内, 并假设  $X$  的取值接近正态分布。试求  $x$  的标准不确定度。

**解** 取  $X$  的最佳估计值为区间中点  $x = (a_- + a_+)/2$ , 区间半宽为  $a = (a_+ - a_-)/2$ , 查表 1.2.8 知  $k_{0.5} = 0.67$ , 所以  $x$  的标准不确定度为  $u(x) = a/0.67$ 。

## ■ 传感器与检测技术

(4) 已知扩展不确定度  $U_p$  及置信水平  $p$  和有效自由度  $\nu_{\text{eff}}$  的  $t$  分布情况。若对于  $x$  不仅给出了其扩展不确定度  $U_p$  及置信水平  $p$ , 还给出了有效自由度  $\nu_{\text{eff}}$ , 则此时必须按  $t$  分布处理, 即

$$u(x) = \frac{U_p}{t_p(\nu_{\text{eff}})} \quad (1.2.82)$$

式中,  $t_p(\nu_{\text{eff}})$  可通过查  $t$  分布表获得。

这种情况提供给不确定度评定的信息比较齐全, 常出现在标准仪器的校准证书上。

(5) 其他几种常见的分布情况。除正态分布和  $t$  分布之外, 其他常见的分布有均匀分布、反正弦分布、三角分布、梯形分布、两点分布等。

若已知信息表明被测量  $X$  的估计值  $x$  的分散区间半宽为  $a$ , 且被测量的值全部都落入  $[x-a, x+a]$  区间, 则通过估计其分布, 可以得出标准不确定度  $u(x) = a/k$ , 其中  $k$  在各种分布下的取值见表 1.2.9。

表 1.2.9 常见分布与  $k$  及  $u(x)$  的关系

分布类型	$p/\%$	$k$	$u(x)$
正态	99.73	3	$a/3$
三角	100	$\sqrt{6}$	$\frac{a}{\sqrt{6}}$
梯形( $\beta=0.71$ )	100	2	$a/2$
矩形(均匀)	100	$\sqrt{3}$	$\frac{a}{\sqrt{3}}$
反正弦	100	$\sqrt{2}$	$\frac{a}{\sqrt{2}}$
两点	100	1	$a$

表 1.2.9 中的  $\beta$  为梯形的上底与下底之比。对梯形分布而言,  $k = \sqrt{\frac{6}{1+\beta^2}}$ 。

**例 1.14** 手册中给出纯铜在  $20^\circ\text{C}$  时的线膨胀系数  $\alpha_{20}(\text{Cu})$  为  $16.52 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ , 并说明该值的变化半径为  $a = 0.40 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 。试求纯铜在  $20^\circ\text{C}$  时线膨胀系数的标准不确定度。

**解** 按  $\alpha_{20}(\text{Cu})$  在  $[(16.52 - 0.40) \times 10^{-6}/^\circ\text{C}, (16.52 + 0.40) \times 10^{-6}/^\circ\text{C}]$  区间内均匀分布, 得

$$u(\alpha) = (0.40 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}) / \sqrt{3} = 0.23 \times 10^{-6}/^\circ\text{C} \quad (1.2.83)$$

在缺乏其他任何信息的情况下, 一般估计为均匀分布较为合理。如果已知被研究的量  $X$  的可能值出现在  $[a_-, a_+]$  区间中心附近的概率大于接近区间边界的概率, 则最好按三角分布计算。若估计值  $x$  是重复性条件下若干测量值的算术平均值, 则可估计为正态分布。三角分布是均匀分布与正态分布之间的一种折中。

(6) 界限不对称的考虑。当输入量  $X$  可能值的下界  $a_-$  和上界  $a_+$  相对于其最佳估计值  $x$  不对称时,  $X$  在此区间内的概率分布通常也不是对称的。如果缺乏能够准确判定分布状态的信息, 则可按均匀分布处理, 得到以下近似评定:

$$u(x) = \frac{(a_+ - a_-)}{2\sqrt{3}} \quad (1.2.84)$$

(7) 由重复性限或复现性限求不确定度。在规定实验方法的国家标准或类似技术文件

中,按规定的测量条件,当明确指出两次测量结果之差的重复性限  $r$  或复现性限  $R$  时,可据此计算标准不确定度。

假设测量在重复性条件下进行,则两次测量结果  $X_1$  与  $X_2$  为服从同一分布的随机变量,并假定它们都服从正态分布,则两次测量结果之差

$$Y = X_1 - X_2 \quad (1.2.85)$$

也服从正态分布。由于两次测量相互独立,所以有

$$u^2(y) = s_Y^2 = s_{X_1}^2 + s_{X_2}^2 = u^2(X_1) + u^2(X_2) = 2u^2(x) \quad (1.2.86)$$

即

$$u(y) = \sqrt{2}u(x) \quad (1.2.87)$$

假设重复性限  $r$  对应的置信水平  $p = 95\%$ , 则

$$r = U(y) = 2u(y) = 2\sqrt{2}u(x) \quad (1.2.88)$$

所以

$$u(x) = \frac{r}{2\sqrt{2}} = \frac{r}{2.83} \quad (1.2.89)$$

对复现性限也可得到类似结果,只不过用  $R$  代替式(1.2.89)中的  $r$ 。

## 7. 合成标准不确定度的评定

当被测量  $Y$  的估计值  $y$  是由若干输入量的估计值  $\{x_i\} (1 \leq i \leq n)$  根据函数关系式

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1.2.90)$$

计算得到时,  $y$  的标准不确定度需要根据  $x_i$  的标准不确定度合成而得,记为  $u_c(y)$ 。

1) 输入量互不相关时的不确定度合成

当全部输入量  $X_i (1 \leq i \leq n)$  互相独立或互不相关时,合成标准不确定度为

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n c_i^2 u^2(x_i)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2(y)} \quad (1.2.91)$$

式中,  $c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$  称为灵敏系数,它表示在当前估计值  $x_i$  附近,输出随输入  $X_i$  变化而变化的程度;  $u_i(y) = |c_i| u(x_i)$  表示  $y$  的合成标准不确定度中由  $X_i$  的估计值  $x_i$  所贡献的标准不确定度分量。

式(1.2.91)是基于  $f$  的泰勒级数展开的一级近似导出的。如果  $f$  在  $x_1, x_2, \dots, x_n$  处的非线性明显,则还应包括高阶项。

如果函数关系不十分明确,或者需要进行验证,则灵敏系数  $c_i$  可通过实验测定,即通过改变第  $i$  个输入量并保持其他输入量不变,然后测定输出随该输入量变化而变化的情况,从而计算出  $c_i$ 。

如果在输入量彼此独立的前提下,函数  $f$  的形式为纯乘积形式,即

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) = c X_1^{p_1} X_2^{p_2} \dots X_n^{p_n} \quad (1.2.92)$$

则输入输出均采用相对标准不确定度更为方便,此时的相对合成标准不确定度为

$$u_{\text{crel}}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n [p_i u_{\text{rel}}(x_i)]^2} \quad (1.2.93)$$

2) 输入量相关时的不确定度合成

若某些输入量  $X_i$  明显相关或由于获取估计值过程中的某些影响造成其估计值  $x_i$  相

## ■ 传感器与检测技术

关,则进行不确定度合成时需要考虑输入量之间的相关性。此时的合成标准不确定度为

$$\begin{aligned}
 u_c(y) &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j)} \\
 &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j)} \quad (1.2.94) \\
 &= \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2(y) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \rho_{ij} u_i(y) u_j(y)}
 \end{aligned}$$

式中,  $u(x_i, x_j)$  为输入  $x_i$  与  $x_j$  的协方差估计;  $\rho_{ij} = u(x_i, x_j) / [u(x_i)u(x_j)]$  为  $x_i$  与  $x_j$  的相关系数。

当所有输入量都两两完全正相关,即  $\forall i, j, \rho_{ij} = 1$  时,合成标准不确定度为

$$u_c(y) = \sum_{i=1}^n u_i(y) \quad (1.2.95)$$

两个随机变量  $X$  和  $Y$  的相关系数  $\rho(X, Y)$  在  $[-1, 1]$  上取值。 $\rho(X, Y)$  的值可通过以下方法确定:

(1) 统计法。根据  $X$  与  $Y$  的观测值  $x_1, x_2, \dots, x_n$  和  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , 由相关系数的定义, 按式(1.2.96)计算。

$$\rho(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (1.2.96)$$

(2) 物理(实验)判断法。如下几种情况可认为  $X$  与  $Y$  不相关, 即  $\rho(X, Y) = 0$ 。

①  $X$  与  $Y$  属于不同体系的分量, 如人员引起的不确定度分量与温度影响的不确定度分量。

②  $\rho(X, Y)$  在  $[-1, 1]$  上对称分布, 取  $\rho(X, Y) = 0$ 。

③  $X$  与  $Y$  弱相关, 近似取  $\rho(X, Y) = 0$ 。

如下几种情况可认为  $X$  与  $Y$  完全正相关, 即  $\rho(X, Y) = 1$ 。

①  $X$  与  $Y$  呈线性或近似线性关系。

②  $X$  与  $Y$  属于同一体系的分量, 如用 1 m 基线尺测量两个 1 m 的长度, 则因基线尺的不确定度带来的两个测量不确定度分量完全正相关。

③ 一个分量的增大或减小引起另一分量的增大或减小。

④ 已知  $X$  与  $Y$  相关, 可近似取  $\rho(X, Y) = 1$ 。

3) 合成不确定度的自由度

合成标准不确定度  $u_c(y)$  的自由度称为有效自由度  $\nu_{\text{eff}}$ , 可由韦尔奇-萨特思韦特公式计算, 即

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}} \quad (1.2.97)$$

式中,  $\nu_i$  为各个输入量标准不确定度的自由度。

根据式(1.2.93)合成的相对标准不确定度的自由度也可按式(1.2.97)计算, 即

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{u_{\text{crel}}^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{[p_i u_{\text{rel}}(x_i)]^4}{\nu_i}} \quad (1.2.98)$$

## 8. 扩展不确定度的评定及报告形式

### 1) 扩展不确定度的评定

扩展不确定度分为以下两种:

(1) 在合成标准不确定度  $u_c(y)$  确定后, 将其乘以一个包含因子  $k$ , 即  $U = k u_c(y)$ , 该扩展不确定度所定义区间  $[y-U, y+U]$  应包含测量结果可能值的大部分。 $k$  一般取 2 或 3, 多数情况下取 2, 取其他值时应说明来源。

(2) 将  $u_c(y)$  乘以按给定的置信概率  $p$  包含测量结果可能值的包含因子  $k_p$ , 从而得到扩展不确定度  $U_p$ 。 $k_p$  与  $y$  的分布有关, 一般按  $t$  分布处理, 即  $k_p = t_p(\nu_{\text{eff}})$ 。通常取  $p=99\%$  或  $95\%$ , 多数情况取  $p=95\%$ , 对某些测量标准的检定或校准, 可根据有关规定取  $p=99\%$ 。当  $\nu_{\text{eff}}$  充分大时, 可近似按正态分布处理, 取  $k_{95}=2, k_{99}=3$ , 此时有  $U_{95}=2u_c(y), U_{99}=3u_c(y)$ 。

当只给出扩展不确定度时, 不必评定各分量的自由度  $\nu_i$  及合成标准不确定度的自由度  $\nu_{\text{eff}}$ 。

如果可以确定  $y$  的可能值分布不是正态分布, 而是其他某种分布, 则不应按  $k=2, 3$  或  $k_p = t_p(\nu_{\text{eff}})$  来计算  $U$  或  $U_p$ 。

### 2) 测量不确定度的报告与表示

完整的测量结果含有两个基本量, 即被测量  $Y$  的最佳估计值  $y$  及描述该测量结果分散性的量, 即测量不确定度。后者一般以合成标准不确定度  $u_c(y)$ 、扩展不确定度  $U(y)$  或  $U_p(y)$ , 或其相对形式  $u_{\text{crel}}(y), U_{\text{rel}}(y)$  和  $U_{p\text{rel}}(y)$  给出。

(1) 被测量的最佳估计值一般为有量纲的量。

(2) 测量不确定度以  $u_c(y), U(y)$  或  $U_p(y)$  给出时, 具有与被测量最佳估计值相同的量纲; 测量不确定度以  $u_{\text{crel}}(y), U_{\text{rel}}(y)$  或  $U_{p\text{rel}}(y)$  给出时, 则没有量纲, 此时测量结果的置信区间半宽由相对不确定度与最佳估计值相乘而得。

不确定度报告的信息量包括从被测量的定义、函数关系、相关性、处理方法到得到  $U_p, p, \nu_{\text{eff}}$  及报告结果的所有信息。当然, 根据具体情况要求提供足够多的信息即可。

(1) 对于比较重要的测量, 如大宗商贸索赔案中的测量、计量器具新产品生产定型鉴定中的测量等, 不确定度报告一般包括以下内容:

① 有关输入量与输出量的函数关系及灵敏度系数  $c_i$ 。

② 修正值和常数的来源及其不确定度。

③ 输入量  $X_i$  的实验观察数据及其估计值  $x_i$ , 标准不确定度  $u(x_i)$  的评定方法及其量值、自由度  $\nu_i$ , 将它们列入表格。

④ 对所有相关输入量, 给出其协方差或相关系数及其获得方法。

⑤ 测量结果的数据处理程序, 该程序应易于重复, 必要时可独立重复获得报告结果的计算。

(2) 工业生产、商业等日常大量测量中一般不要求提供测量不确定度, 不过前提是所使用的测量仪器经过了检定并处于合格状态。

(3) 证书上的校准结果或修正值应给出测量不确定度, 对于计量部门尤为重要。当然,

## ■ 传感器与检测技术

报告中信息量的多少也与具体的测量性质有关,如国家基准的测量不确定度报告应包含较多内容,而检测普通等级仪表的测量不确定度报告则可以较为简单。

(4)有时信息量的多少由用户的具体要求给出。报告测量不确定度有两种方式,一类是直接使用合成标准不确定度,另一类是使用扩展不确定度。

直接使用以合成标准不确定度给出测量不确定度报告的使用范围包括:

- ①基础计量学研究。
- ②基本物理常量测量。
- ③复现 SI 的国际比对。

当使用合成标准不确定度报告测量结果的不确定度时,需要注意以下几点:

①明确说明被测量  $Y$  的定义。  
②给出被测量  $Y$  的估计值  $y$ 、合成标准不确定度  $u_c(y)$  及其单位,必要时还应给出自由度  $\nu_{\text{eff}}$ ;必要时也可给出相对标准不确定度。

③合成标准不确定度  $u_c(y)$  的报告。以标准砝码为例,设其质量为  $m_s$ ,测量结果为 100.021 47 g,合成标准不确定度  $u_c(m_s)$  为 0.35 mg,则可采用以下四种形式之一:

a.  $m_s = 100.021\ 47\ \text{g}$ ,合成标准不确定度  $u_c(m_s) = 0.35\ \text{mg}$ 。

b.  $m_s = 100.021\ 47(35)\ \text{g}$ ,括号内的数按标准差给出,其末位与前面的测量结果末位对齐。

c.  $m_s = 100.021\ 47(0.000\ 35)\ \text{g}$ ,括号内的数按标准差给出,与前面的测量结果具有相同的计量单位。

d.  $m_s = (100.021\ 47 \pm 0.000\ 35)\ \text{g}$ ,正负号后面的值按标准差给出,并非置信区间。

(2)以扩展不确定度给出测量不确定度报告的适用范围包括上述指明的三种情况及某些特殊要求的情况之外的其他一般情况。

当使用  $U$  或  $U_p$  报告测量不确定度时,应注意以下几点:

- ①明确说明被测量  $Y$  的定义。
- ②给出被测量  $Y$  的估计值  $y$ ,扩展不确定度  $U$  或  $U_p$  及其单位。
- ③必要时也可给出相对扩展不确定度  $U_{\text{rel}}$ 。
- ④对  $U$  应给出  $k$  值,对  $U_p$  应明确  $p$  值,推荐给出  $\nu_{\text{eff}}$ ,以便不确定度传播到下一级。

使用扩展不确定度  $U = k u_c(y)$  的报告。例如, $u_c(m_s) = 0.35\ \text{mg}$ ,取包含因子  $k = 2$ , $U = 2 \times 0.35 = 0.70\ \text{mg}$ ,则可采用以下两种形式之一:

a.  $m_s = 100.021\ 47\ \text{g}$ , $U = 0.70\ \text{mg}$ ;  $k = 2$ 。

b.  $m_s = (100.021\ 47 \pm 0.000\ 70)\ \text{g}$ ;  $k = 2$ 。

使用扩展不确定度  $U_p = k_p u_c(y)$  的报告。例如, $u_c(m_s) = 0.35\ \text{mg}$ , $\nu_{\text{eff}} = 9$ ,按  $p = 95\%$ ,得  $k_p = t_{95}(9) = 2.26$ , $U_p = 2.26 \times 0.35\ \text{mg} = 0.79\ \text{mg}$ ,则可采用以下四种形式之一:

a.  $m_s = 100.021\ 47\ \text{g}$ , $U_{95} = 0.79\ \text{mg}$ ;  $\nu_{\text{eff}} = 9$ 。

b.  $m_s = (100.021\ 47 \pm 0.000\ 79)\ \text{g}$ ;  $\nu_{\text{eff}} = 9$ ;括号内第二项为  $U_{95}$  的值。

c.  $m_s = 100.021\ 47(79)\ \text{g}$ ;  $\nu_{\text{eff}} = 9$ ;括号内为  $U_{95}$  的值,其末位与前面结果的末位对齐。

d.  $m_s = 100.021\ 47(0.000\ 79)\ \text{g}$ ;  $\nu_{\text{eff}} = 9$ ;括号内为  $U_{95}$  的值,与前面的结果具有相同计量单位。

不确定度也可用相对形式  $u_{\text{crel}}(y)$ , $U_{\text{rel}}(y)$  或  $U_{p\text{rel}}(y)$  报告,例如:



a.  $m_s = 100.021\ 47(1 \pm 7.9 \times 10^{-6})\text{g}$ ; 括号内第二项为  $U_{95\text{rel}}$  的值。

b.  $m_s = 100.021\ 47\ \text{g}$ ,  $U_{95\text{rel}} = 7.9 \times 10^{-6}$ 。

估计值  $y$  的数值与其标准不确定度  $u_c(y)$  或扩展不确定度  $U(y)$  的数值都应具有合理的有效位数, 通常最多为两位有效数字。一旦测量不确定度的有效位数确定下来, 则应采用它所对应的修约间隔对估计值进行修约, 以保证估计值和不确定度的末位对齐。如果估计值的有效位数不足与不确定度的末位对齐, 则应在后面补零以满足要求。

### 9. 最小二乘法

最小二乘法是工程实际和实验技术中一种应用广泛的数据处理与误差计算的数学方法。本节主要介绍等精度测量的线性参数最小二乘估计, 对于不等精度测量的情况及非线性参数的情况, 请参见有关参考文献。

#### 1) 最小二乘法原理

假设为了确定  $t$  个不可直接测量的未知量  $X_i (1 \leq i \leq t)$  的估计量  $x_i$ , 对与此  $t$  个未知量有函数关系的  $n$  个直接测量量  $Y_j (1 \leq j \leq n)$  进行测量, 可得如下方程组:

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= f_1(X_1, X_2, \dots, X_t) \\ Y_2 &= f_2(X_1, X_2, \dots, X_t) \\ &\vdots \\ Y_n &= f_n(X_1, X_2, \dots, X_t) \end{aligned} \right\} \quad (1.2.99)$$

或写为矢量形式

$$\mathbf{Y} = \mathbf{f}(\mathbf{X}) \quad (1.2.100)$$

式(1.2.100)称为理论方程组, 其中

$$\mathbf{Y} = [Y_1\ Y_2\ \dots\ Y_n]^T; \mathbf{X} = [X_1\ X_2\ \dots\ X_n]^T; \mathbf{f}(\cdot) = [f_1(\cdot)\ f_2(\cdot)\ \dots\ f_n(\cdot)]^T$$

为了提高测量精度, 使随机误差充分抵消以减小其对测量结果的影响, 一般要求  $n > t$ 。

当已知直接测量量的估计值  $y_j (1 \leq j \leq n)$  时, 要求取各未知量的估计值  $x_i$ , 则此时相应的测量方程组为

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) \quad (1.2.101)$$

式中,  $\hat{\mathbf{y}} = [y_1\ y_2\ \dots\ y_n]^T$ ;  $\hat{\mathbf{x}} = [x_1\ x_2\ \dots\ x_n]^T$ 。

若通过测量获得了各直接测量量的测得值  $l_j (1 \leq j \leq n)$ , 则由于各种误差因素的存在, 测量数据  $l_j$  和直接测量量的最佳估计值  $y_j$  通常不可能完全吻合, 它们之间存在残余误差

$$\mathbf{v} = \mathbf{l} - \hat{\mathbf{y}} \quad (1.2.102)$$

式中,  $\mathbf{v} = [v_1\ v_2\ \dots\ v_n]^T$ ;  $\mathbf{l} = [l_1\ l_2\ \dots\ l_n]^T$ 。

因此

$$\mathbf{v} = \mathbf{l} - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) \quad (1.2.103)$$

式(1.2.103)称为残余误差方程组, 简称残差方程组, 又称误差方程组。

若测量数据  $l_j (1 \leq j \leq n)$  的测量误差  $\delta_j = l_j - Y_{0j}$  ( $Y_{0j}$  为直接测量量  $Y_j$  的真值) 无偏、相互独立且服从正态分布, 即

$$\delta_j \sim N(0, \sigma_j^2) \quad (1.2.104)$$

则可以证明, 各直接测量量真值的极大似然估计  $Y_{0j}^*$  对应的残差  $v_j^*$  满足

$$\sum_{j=1}^n \frac{v_j^{*2}}{\sigma_j^2} = \min_{v_j, 1 \leq j \leq n} \sum_{j=1}^n \frac{v_j^2}{\sigma_j^2} \quad (1.2.105)$$

## ■ 传感器与检测技术

证明从略。

如果对于各直接测量量的测量为等精度,即

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_n^2 = \sigma^2 \quad (1.2.106)$$

则式(1.2.105)可简化为

$$\sum_{j=1}^n v_j^{*2} = \min_{v_j, 1 \leq j \leq n} \sum_{j=1}^n v_j^2 \quad (1.2.107)$$

或写作

$$\mathbf{v}^{*T} \mathbf{v}^* = \min_v \mathbf{v}^T \mathbf{v} \quad (1.2.108)$$

即各被测量的最可靠估计值应使得残差平方和为最小,这就是最小二乘原理。虽然在上面要求测量误差为无偏、相互独立且服从正态分布,但在实际中,当误差并非严格服从正态分布时,也常常使用最小二乘法来获得被测量的估计值。

当直接测量量与未知量之间为线性关系时,即

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X} \quad (1.2.109)$$

式中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1t} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nt} \end{bmatrix}$$

则对应的残差方程组为

$$\mathbf{v} = \mathbf{l} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} \quad (1.2.110)$$

于是在最小二乘法中需要极小化的目标函数为

$$g(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{v}^T \mathbf{v} = (\mathbf{l} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}})^T (\mathbf{l} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}) \quad (1.2.111)$$

### 2) 正规方程

根据求解极小化问题的方法,最小二乘估计值的方程由目标函数对待估计变量的偏导等于0给出,即

$$\left. \frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*} = 0 \quad (1.2.112)$$

求导并整理可得

$$-2\mathbf{A}^T (\mathbf{l} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}^*) = \mathbf{0} \quad (1.2.113)$$

即

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}^* - \mathbf{A}^T \mathbf{l} = \mathbf{0} \quad (1.2.114)$$

式(1.2.114)就是等精度测量线性参数最小二乘法处理的正规方程。根据正规方程可解得

$$\hat{\mathbf{x}}^* = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{l} \quad (1.2.115)$$

作为一个特例,当需要确定一个未知量  $X$  的估计值  $x$ , 对其进行了  $n$  次等精度直接测量, 得到  $n$  个测量数据  $l_j (1 \leq j \leq n)$ 。由于是直接测量, 有  $Y_1 = Y_2 = \cdots = Y_n = X$ , 因此

$$\mathbf{A} = \mathbf{1}_{n \times 1} \quad (1.2.116)$$

利用式(1.2.115)可得

$$\mathbf{x}^* = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{l} = (\mathbf{1}_{1 \times n} \cdot \mathbf{1}_{n \times 1})^{-1} \cdot \mathbf{1}_{1 \times n} \mathbf{l} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n l_j \quad (1.2.117)$$

即此时的最小二乘估计就是测量数据的算术平均值。可见,最小二乘法原理与算术平均值原理是一致的,后者可视为前者的一个特例。

3) 不确定度评定

为了评定最小二乘估计值  $\hat{\mathbf{x}}^*$  的不确定度,首先必须对直接测量所得的测量数据  $l$  的不确定度进行估计,即估计  $l$  的实验标准差。对于等精度测量,该标准差的估计值为

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-t} \sum_{j=1}^n v_j^{*2}} \quad (1.2.118)$$

式中,  $v_j^*$  为根据最小二乘估计值  $\hat{\mathbf{x}}^*$  和测量方程  $\mathbf{y}=\mathbf{A}\mathbf{x}$  给出的直接测量量  $Y_j$  的估计值  $y_j^*$  与实际测量数据  $l_j$  之间的残差。

而各最小二乘估计值  $x_i^*$  的标准不确定度为

$$u(x_i^*) = \sqrt{d_i} s, 1 \leq i \leq t \quad (1.2.119)$$

式中,  $d_i$  为矩阵  $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$  对角线上的第  $i$  个元素,即

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} d_1 & & \dots \\ & d_2 & \\ & & \ddots \\ \dots & & & d_t \end{bmatrix} \quad (1.2.120)$$

4) 组合测量数据的最小二乘法处理

组合测量在精密测试工作中占有重要的地位,它可以减小随机效应对测量的影响,提高测量准确度。组合测量是通过直接测量待测参数的不同组合量(一般采用等精度测量),然后根据数据处理求得待测参数的估计值,并给出其不确定度。组合测量数据通常用最小二乘法进行处理。下面以一个例子来说明组合测量的数据处理方法。

**例 1.15** 现要对如图 1.2.13 所示的  $A, B, C, D$  四点间的距离  $x_1, x_2$  和  $x_3$  进行检定。为此,直接测量以上间距的不同组合量,如图 1.2.14 所示。

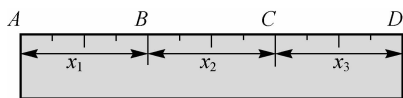


图 1.2.13 例 1.15 中的待检定距离

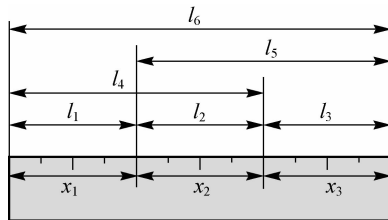


图 1.2.14 例 1.15 中直接测量的待检定距离的不同组合

经过等精度测量,得到测量数据如下:

$$l_1 = 1.015 \text{ mm} \quad l_2 = 0.985 \text{ mm} \quad l_3 = 1.020 \text{ mm}$$

$$l_4 = 2.016 \text{ mm} \quad l_5 = 1.981 \text{ mm} \quad l_6 = 3.032 \text{ mm}$$

试求取  $x_1, x_2$  和  $x_3$  的最佳估计值及标准不确定度。

**解** 将测量值写为矢量形式有

$$\mathbf{l} = [1.015 \quad 0.985 \quad 1.020 \quad 2.016 \quad 1.981 \quad 3.032]^T \quad (1.2.121)$$

根据图 1.2.14 给出的组合情况可知,测量方程为

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= X_1 \\ Y_2 &= X_2 \\ Y_3 &= X_3 \\ Y_4 &= X_1 + X_2 \\ Y_5 &= X_2 + X_3 \\ Y_6 &= X_1 + X_2 + X_3 \end{aligned} \right\} \quad (1.2.122)$$

即

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.2.123)$$

因此各待测距离的最佳估计值为

$$\hat{\mathbf{x}}^* = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{l} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 6.063 \\ 8.014 \\ 6.033 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.028 \\ 0.983 \\ 1.013 \end{bmatrix} \text{ (mm)} \quad (1.2.124)$$

下面根据最佳估计值估计直接测量的不确定度。残余误差为

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{l} - \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}}^* = [-0.013 \quad 0.002 \quad 0.007 \quad 0.005 \quad -0.015 \quad 0.008]^T \text{ (mm)} \quad (1.2.125)$$

因此直接测量的不确定度为

$$s = \sqrt{\frac{1}{6-3} \sum_{j=1}^6 v_j^{*2}} = 0.013 \text{ mm} \quad (1.2.126)$$

根据

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} d_1 & & \cdots \\ & d_2 & \\ \cdots & & d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \quad (1.2.127)$$

可得  $d_1 = d_2 = d_3 = 0.5$ , 因此各估计值  $x_i^*$  ( $1 \leq i \leq 3$ ) 的标准不确定度均为

$$u(x) = \sqrt{0.5} s = 0.009 \text{ mm} \quad (1.2.128)$$

## 10. 回归分析

最小二乘法的主要目的在于找到被测量的最佳估计值及其不确定度。在生产和科学实验中,还存在另一类问题,即通过数据处理,寻求两个或多个变量之间的内在关系。这种关系大致可分为两类:函数关系(确定性关系),根据自变量的值可以精确地求出因变量的值;相关关系,即变量之间存在着密切的关系,但由于诸如随机误差等因素的存在,不能由自变量的值精确求出因变量的值。

回归分析是处理变量相关关系的一种数理统计方法,即通过对大量观测数据的处理,得出比较符合事物内部规律的数学表达式。本节主要介绍一元线性回归或直线拟合问题,即仅考虑一个自变量和一个因变量,且两者之间的关系大致为线性关系。有关多元线性回归

及非线性回归的介绍,请参见相关参考文献。

1)一元线性回归问题的求解

一元线性关系可用下式表示:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X \quad (1.2.129)$$

现假设对  $X$  和  $Y$  进行测量。由于误差等因素的存在,测量值  $\{(x_i, y_i)\} (1 \leq i \leq n)$  不可能全部都正好落在式(1.2.129)给出的直线上,而是会发生偏离,即

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i \quad (1.2.130)$$

一元回归问题即根据测量值  $x_i$  和  $y_i$  估计参数  $\beta_0$  和  $\beta_1$ ,以获得回归直线

$$\hat{y} = b_0 + bx \quad (1.2.131)$$

式中,  $b_0$  和  $b$  分别为  $\beta_0$  与  $\beta_1$  的估计值。

回归直线与测量数据的吻合情况可通过测量值  $y_i$  与回归方程(1.2.131)给出的相应估计值之间的残差

$$v_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - (b_0 + bx_i) \quad (1.2.132)$$

来表示。如果要求参数估计值  $b_0$  和  $b$  使得在所有测量点上的残差平方和为最小,则回归问题就转化为一个最小二乘问题,此时

$$\mathbf{l} = [y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_n]^T \quad (1.2.133)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{bmatrix}^T \quad (1.2.134)$$

由此可得回归系数

$$\begin{bmatrix} b_0 \\ b \end{bmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{l} = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{bmatrix} \quad (1.2.135)$$

$$= \frac{1}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i y_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i \\ n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i \end{bmatrix}$$

若令

$$l_{xx} = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \quad (1.2.136)$$

$$l_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i \quad (1.2.137)$$

则可以由式(1.2.135)替换得到

$$b = \frac{l_{xy}}{l_{xx}} \quad (1.2.138)$$

$$b_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - \frac{b}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{y} - b\bar{x} \quad (1.2.139)$$

## ■ 传感器与检测技术

### 2) 回归方程的方差分析与显著性检验

求出回归方程式(1.2.131)的待定系数是一个问题,而求出的方程是否的确有意义则是另一个问题。实际上,根据以上求解步骤,给定自变量与因变量的任意一组数据 $(x_i, y_i) (1 \leq i \leq n)$ ,都可以计算出一条拟合直线,但这条直线是否正确地反映了两个变量之间的客观规律,则需要通过显著性检验来验证。

观测值 $\{y_i\} (1 \leq i \leq n)$ 之间的差异(或称变差)由两方面原因造成,即自变量 $x$ 取值的不同,以及包括误差在内的其他因素的影响。一组观测数据的总变差大小可通过以下总离差平方和来衡量,即

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = l_{yy} \quad (1.2.140)$$

将式(1.2.140)进一步整理化简得

$$\begin{aligned} S &= \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n [(y_i - \hat{y}_i) + (\hat{y}_i - \bar{y})]^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)(\hat{y}_i - \bar{y}) \end{aligned} \quad (1.2.141)$$

可以证明

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)(\hat{y}_i - \bar{y}) = 0 \quad (1.2.142)$$

因此

$$S = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = U + Q \quad (1.2.143)$$

即总离差平方和可以分解为两个部分,其中

$$U = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (1.2.144)$$

称为回归平方和,它反映了观测值的总变差中因回归线性关系所引起的 $y$ 的变化部分;而

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (1.2.145)$$

称为残余平方和,它反映的是除回归线性关系之外的其他因素(包括随机误差、 $x$ 与 $y$ 之间的非线性关系等)对 $y$ 的变差的贡献。

$U$ 与 $Q$ 可根据进行最小二乘法回归参数估计时的中间计算结果方便地获得。可以证明

$$U = bl_{xy}, Q = l_{yy} - bl_{xy} \quad (1.2.146)$$

总离差平方和的自由度 $\nu_S$ 为 $n-1$ ,回归平方和的自由度为自变量的数目,在一元回归中即有 $\nu_U = 1$ ,而残余平方和的自由度 $\nu_Q = \nu_S - \nu_U = n-2$ 。

根据回归平方和及残余平方和的意义可知,回归方程的显著程度( $x$ 与 $y$ 之间线性关系的密切程度)取决于这两个平方和的大小。如果 $U$ 越大、 $Q$ 越小,则说明回归方程越显著。回归方程的显著性检验通常采用 $F$ 检验法。首先计算统计量

$$F = \frac{\frac{U}{\nu_U}}{\frac{Q}{\nu_Q}} = \frac{U}{Q} \frac{\nu_Q}{\nu_U} = \frac{U}{Q} \frac{n-2}{1} \quad (1.2.147)$$

然后查自由度为 $(\nu_U, \nu_Q)$ 即 $(1, n-2)$ 的  $F$  分布表, 获得三种不同显著性水平  $\alpha$  的  $F$  分布分度值  $F_\alpha(1, n-2)$ 。若  $F \geq F_{0.01}(1, n-2)$ , 则认为回归高度显著, 或称在 0.01 水平上显著; 若  $F_{0.05}(1, n-2) \leq F < F_{0.01}(1, n-2)$ , 则认为回归显著, 或称在 0.05 水平上显著; 若  $F_{0.10}(1, n-2) \leq F < F_{0.05}(1, n-2)$ , 则称在 0.1 水平上显著; 若  $F < F_{0.10}(1, n-2)$ , 则一般认为回归不显著, 即  $x$  与  $y$  之间的线性关系不密切。

残余标准差定义为残余平方和与其自由度之商的平方根, 即

$$\sigma = \sqrt{\frac{Q}{n-2}} \quad (1.2.148)$$

它可以作为应用回归方程预估  $y$  时估计值的标准不确定度。

上述方差分析的数据可以归纳在表 1.2.10 所示的方差分析表中。

表 1.2.10 方差分析表

来源	平方和	自由度	方差	F 统计量	显著性
回归	$U = bl_{xy}$	1	$\sigma^2 = \frac{Q}{(n-2)}$	$F = \frac{U}{\frac{Q}{(n-2)}}$	—
残余	$Q = l_{yy} - bl_{xy}$	$n-2$			
总计	$S = l_{yy}$	$n-1$	—	—	—

例 1.16 对某根导线在一定温度  $x$  下的电阻值  $y$  的测量结果见表 1.2.11。

表 1.2.11 例 1.16 中的温度与电阻值的测量结果

$x/^\circ\text{C}$	19.1	25.0	30.1	36.0	40.0	46.5	50.0
$y/\Omega$	76.30	77.80	79.75	80.80	82.35	83.90	85.10

试求温度与电阻值之间的回归直线并确定该线性关系的显著性。

解 由表 1.2.11 中的数据可以计算得到:

$$n = 7 \quad (1.2.149)$$

$$\sum_{i=1}^7 x_i = 246.7 \quad (1.2.150)$$

$$\sum_{i=1}^7 y_i = 566.00 \quad (1.2.151)$$

$$\sum_{i=1}^7 x_i^2 = 9\,454.07 \quad (1.2.152)$$

$$\sum_{i=1}^7 y_i^2 = 45\,825.974 \quad (1.2.153)$$

$$\sum_{i=1}^7 x_i y_i = 20\,161.955 \quad (1.2.154)$$

$$l_{xx} = \sum_{i=1}^7 x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^7 x_i \right)^2 = 759.657 \quad (1.2.155)$$

$$l_{yy} = \sum_{i=1}^7 y_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^7 y_i \right)^2 = 60.831 \quad (1.2.156)$$

$$l_{xy} = \sum_{i=1}^7 x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^7 x_i \cdot \sum_{i=1}^7 y_i = 214.498 \quad (1.2.157)$$

$$b = \frac{l_{xy}}{l_{xx}} = 0.2824, b_0 = \bar{y} - b\bar{x} = 70.90 \quad (1.2.158)$$

因此回归直线方程为

$$\hat{y} = 0.2824x + 70.90 \quad (1.2.159)$$

方差分析见表 1.2.12。

表 1.2.12 例 1.16 的方差分析

来源	平方和	自由度	方差	F 统计量	显著性
回归	60.574	1	0.0514	$1.18 \times 10^3$	$\alpha = 0.01$
残余	0.257	5			
总计	60.831	6	—	—	—

由表 1.2.12 可见,温度与阻值之间的线性关系高度显著。

### 1.3 传感器的静态特性

传感器(及测试系统)的静态特性用传感器的激励与响应稳定值之间的相互关系来表示。静态特性的数学模型为代数方程,不含时间变量  $t$ 。表示传感器静态特性的参数主要有灵敏度、量程及测量范围、线性度、迟滞、重复性、准确度和偏移等。

#### 1.3.1 灵敏度

灵敏度  $S$  指传感器在静态条件下的响应量变化  $\Delta y$  与对应的输入量变化  $\Delta x$  的比值,即

$$S = \Delta y / \Delta x \quad (1.3.1)$$

理想的静态量测试系统应具有线性的输入输出特性,此时灵敏度就等于特性曲线的斜率,即

$$S = y/x \quad (1.3.2)$$

当输入输出特性为非线性关系时,灵敏度与传感器的工作点  $x_0$  有关,即

$$S = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0} \quad (1.3.3)$$

灵敏度是一个有量纲的量,在说明灵敏度时,必须确切说明其单位。例如,位移传感器的被测位移单位为 mm,输出量的单位为 mV,则位移传感器的灵敏度单位为 mV/mm。若激励与响应为同一形式的物理量,则常用增益来取代灵敏度的概念。

上述定义与表示方法均指绝对灵敏度,另一种使用灵敏度的表示方法是相对灵敏度  $S_r$ ,其定义式为

$$S_r = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{1}{x} \quad (1.3.4)$$

相对灵敏度表示输出变化量对于被测输入量的相对变化量的变化率。在实际测量中,被测量的变化有大有小。当要求相同的测量精度时,被测量越小,要求的绝对灵敏度越高,但采用相对灵敏度表示时,则无论被测量的大小如何,相同的相对灵敏度总对应着相同的测量精度。



传感器除了对有效被测量敏感之外,还可能对各种干扰量有反应,从而影响测试精度。这种对干扰量或影响量敏感的灵敏度称为有害灵敏度,应尽可能使有害灵敏度降到最小。

### 1.3.2 量程及测量范围

传感器能测量的最小输入量(下限)至最大输入量(上限)之间的范围称为量程。测量上限值与下限值之间的代数差称为测量范围,如量程为 $-50\sim 200\text{ }^{\circ}\text{C}$ 的温度计,其测量范围为 $250\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。

有效量程或工作量程指被测量的某个数值范围,在此范围内所测得的数值,其误差均不会超过规定值。量程的上限与下限构成了可进行测量的极限范围,但并不代表仪器的有效量程。

### 1.3.3 线性度

理想情况下,传感器的激励-响应关系应为线性关系,此时不仅数据处理简单,而且在动态测试中不会改变信号的频率结构而造成波形失真。但由于原理、材料、制作上的各种原因,传感器的静态特性不可能为严格线性。如果静态特性的非线性不明显而接近于线性关系,则常用一条参考直线来代替实际的静态特性曲线,近似地表示激励-响应关系。这条参考直线有时也称为传感器的工作直线或标定工作线。如果传感器的实际特性与直线关系相差明显,则经常通过限制量程以保证工作范围接近线性,或采取线性化补偿措施来削弱非线性。

线性度通常也称为非线性,它是指传感器的实际输入输出特性曲线对于理想线性输入输出特性的接近或偏离程度。它用实际输入输出特性曲线对理想线性输入输出特性曲线的最大偏差量与满量程的百分比来表示,如图 1.3.1 所示,即

$$\delta_L = \frac{\Delta L_{\max}}{Y_{\text{FS}}} \times 100\% \quad (1.3.5)$$

式中, $\delta_L$  为线性度; $Y_{\text{FS}}$  为量程; $\Delta L_{\max}$  为最大偏差。

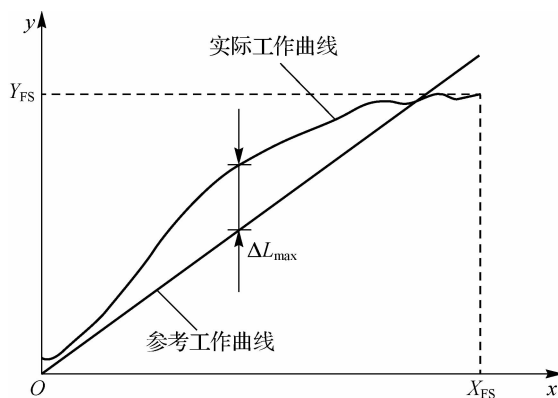


图 1.3.1 传感器线性度定义示意图

由式(1.3.5)可知, $\delta_L$  越小,则线性度越好。若实际工作中遇到非线性较为严重的情况,则可以采取限制测量范围、采用非线性拟合或非线性放大器等技术手段来提高系统的线性。标定工作线的选择有多种方案,常用的有以下几种:

## ■ 传感器与检测技术

(1) 端点连线。将静态特性曲线上对应于量程上、下限的两点的连线作为标定工作线, 如图 1.3.2(a) 所示。

(2) 端点平移线。平行于端点连线, 且与实际静态特性的最大正偏差和最大负偏差绝对值相等的直线, 如图 1.3.2(b) 所示。

(3) 平均斜率线。求出静态特性曲线上各标定与坐标原点之间连线的斜率, 计算这些斜率的平均值  $k$ , 然后以  $y=kx$  作为标定工作线, 如图 1.3.2(c) 所示。

(4) 最小二乘直线。对各标定点进行最小二乘拟合, 得到最小二乘直线  $\hat{y}=kx+b$ , 以之作为标定工作线, 如图 1.3.2(d) 所示。

(5) 过零最小二乘直线。直线形式取为  $\hat{y}=kx$ , 然后以各标定点进行最小二乘拟合得到  $k$  值, 并以对应的过零直线作为标定工作线, 如图 1.3.2(e) 所示。

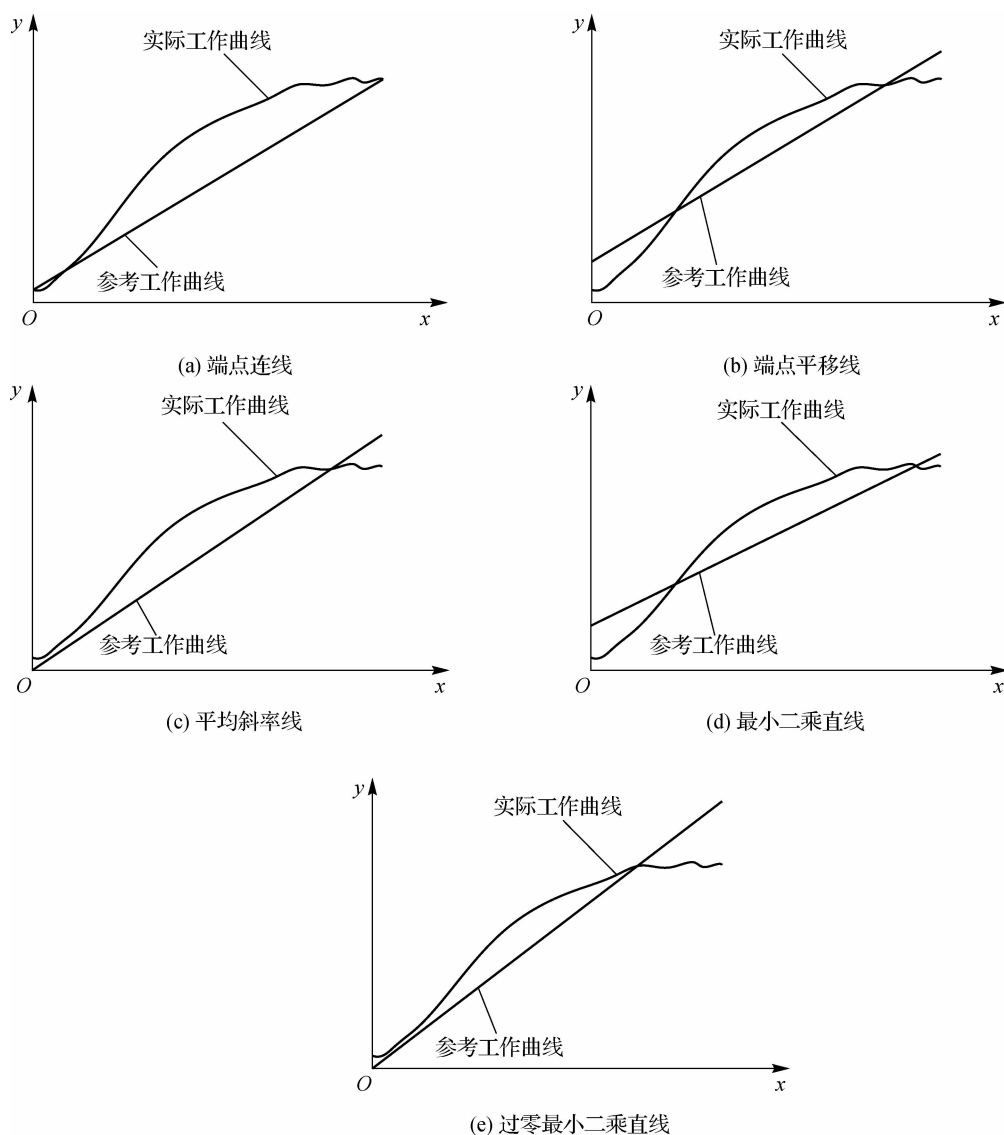


图 1.3.2 不同的标定工作线选择方法

### 1.3.4 迟滞

迟滞也称滞后量、滞后或回程误差。它表征传感器在全量程范围内,输入量由小到大(正行程)和由大到小(反行程)两者静态特性不一致的程度,如图 1.3.3 所示。迟滞误差  $\delta_H$  在数值上是用各校准级中最大迟滞偏差  $\Delta H_{\max}$  与满量程理想输出值  $Y_{FS}$  之比的百分率表示,即

$$\delta_H = \frac{\Delta H_{\max}}{Y_{FS}} \times 100\% \quad (1.3.6)$$

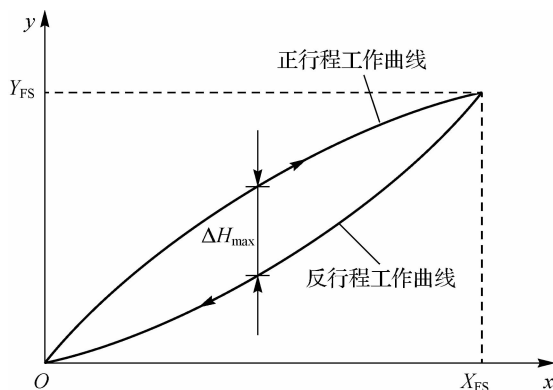


图 1.3.3 传感器迟滞定义示意图

### 1.3.5 重复性

重复性表示传感器在同一工作条件下,按同一方向进行全量程多次(三次以上)测量时,对同一激励量的测量结果的不一致程度,如图 1.3.4 所示。

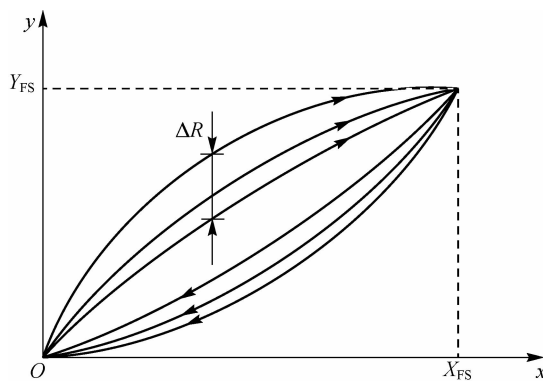


图 1.3.4 传感器重复性定义示意图

重复性误差指的是标定值的分散性,是一种随机误差。重复性误差的表示形式为

$$\delta_R = \frac{\Delta R}{Y_{FS}} \times 100\% \quad (1.3.7)$$

式中,  $\Delta R$  指同一激励量在多次循环时同向行程响应量的绝对误差,可通过标准差来计算得到。

### 1.3.6 准确度

准确度又称静态误差或精度,是指传感器在满量程内任一点输出值相对其理论值的可能偏离(逼近)程度,它是评价传感器静态性能的综合性指标。它表示采用该传感器进行静态测量时所得数值的不确定度。

准确度  $\delta_s$  的计算方法国内外尚不统一,目前常用的方法有以下几种:

(1)将线性度、迟滞、重复性误差按几何法或代数法综合,即

$$\delta_s = \pm \sqrt{\delta_L^2 + \delta_H^2 + \delta_R^2} \quad (1.3.8)$$

或

$$\delta_s = \pm (\delta_L + \delta_H + \delta_R) \quad (1.3.9)$$

(2)将全部标准数据相对参考直线的残差视为随机误差,求得其标准差  $\sigma$ ,然后以  $2\sigma$  或  $3\sigma$  作为静态误差。此时

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p \Delta y_i^2}{p-1}} \quad (1.3.10)$$

式中,  $\Delta y_i$  为各测试点相对参考直线的残差;  $p$  为所有测试循环中总的测试点数,如正反行程共有  $m$  个测试点,每个测试点重复测量  $n$  次,则  $p=mn$ 。

仍用相对误差表示静态误差,则有

$$\delta_s = \pm \frac{(2\sim 3)\sigma}{Y_{FS}} \times 100\% \quad (1.3.11)$$

由于线性度和迟滞可反映为系统误差,但各自的最大值并不一定出现在同一位置,而重复性则反映为随机误差,因此按式(1.3.9)计算得到的静态误差偏大,而按式(1.3.8)或式(1.3.11)计算的结果则偏小。

(3)将系统误差与随机误差分开考虑。从原理而言,这种做法更为合理。计算公式为

$$\delta_s = \pm \frac{|\Delta y_{\max}| + a\sigma}{Y_{FS}} \times 100\% \quad (1.3.12)$$

式中,  $\Delta y_{\max}$  为校准直线相对于参考直线的最大偏差,代表了系统误差的极限值;  $\sigma$  为按极差法求得的标准差;  $a$  为置信系数。美国国家标准局推荐此法,并规定按  $t$  分布确定  $a$  值,当置信概率为 90%、重复试验 5 个循环时,  $a=2.13185$ 。

### 1.3.7 漂移

漂移是指当激励不变时,响应量随时间的变化趋势。漂移的同义词是测试系统的不稳定性。产生漂移的原因有两个:一是传感器自身结构参数的变化,二是外界工作环境参数的变化对响应的影响。最常见的漂移是温度漂移,即由于外界工作温度的变化而引起的输出变化,如溅射薄膜压力传感器的温漂为  $0.01\%/(h \cdot ^\circ\text{C})$ ,即当温度变化  $1^\circ\text{C}$  时,传感器的输出每小时将变化  $0.01\%$ 。随着温度变化,传感器的灵敏度和零点位置也会发生漂移,分别称为灵敏度漂移和零点漂移。

## 1.4 传感器的动态特性

传感器的动态特性是指传感器的输出量对随时间变化的输入量的响应特性,反映输出值真实再现变化着的输入量的能力。

一个动态特性好的传感器,其输出随时间变化的规律(变化曲线),将能同时再现输入随时间变化的规律(变化曲线),即具有相同的时间函数。但实际上除了具有理想的比例特性的环节外,输出信号不会与输入信号具有完全相同的时间函数,这种输入与输出之间的差异即为动态误差。

### 1.4.1 传感器的动态数学模型与频率响应

一般可用线性时不变系统的数学理论来描述传感器与测试系统的动态特性。线性时不变系统的输入  $x(t)$  与输出  $y(t)$  的关系可通过如下常微分方程来表示:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) \\ = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) \end{aligned} \quad (1.4.1)$$

式中的系数  $a_i (1 \leq i \leq n)$  和  $b_j (1 \leq j \leq m)$  均为常数。

若系统初始条件为 0,即假设输入  $x(t)$  和输出  $y(t)$  及其各阶导数在  $t=0$  时刻的值均为 0,则对式(1.4.1)进行拉普拉斯变换可得

$$Y(s) (a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0) = X(s) (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0) \quad (1.4.2)$$

定义传递函数  $H(s)$  为输出与输入的拉普拉斯变换之比,即

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (1.4.3)$$

传递函数  $H(s)$  表征了一个系统的动态特性。

对于稳定的线性时不变系统,令  $s = j\omega$ ,则式(1.4.3)变为

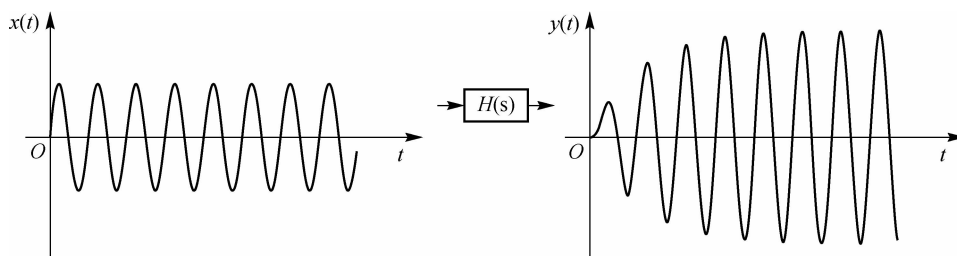
$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{b_m (j\omega)^m + \dots + b_1 (j\omega) + b_0}{a_n (j\omega)^n + \dots + a_1 (j\omega) + a_0} \quad (1.4.4)$$

$H(j\omega)$  称为系统的频率响应函数。

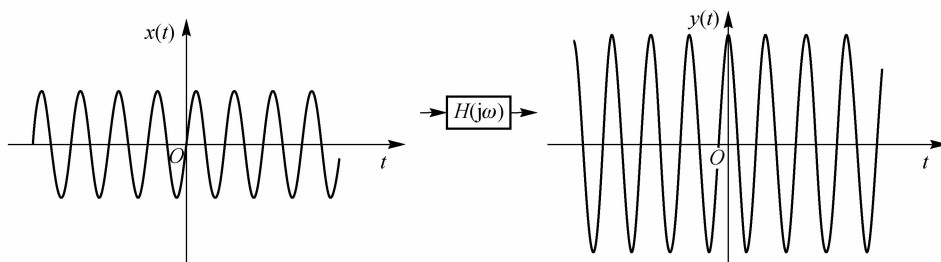
用传递函数和频率响应函数均可表示系统的动态特性,但两者的含义并不相同。进行系统传递函数推导时,假定系统初始条件为 0。一个从  $t=0$  时刻开始施加的正弦激励,其对应的系统输出首先是由激励所引起的、反映系统固有特性的瞬态输出,然后经过足够长时间的正弦激励后,系统的输出趋于相同频率的正弦信号,并成为稳态输出;而利用频率响应函数来描述系统动态特性时,则是假定系统已经经受了足够长时间的正弦激励,而系统的输出也已经达到了稳态,其中不包含系统的瞬态响应。两者的不同如图 1.4.1 所示。因此,频率响应函数所表达的仅仅是系统对于正弦激励的稳态输出,它不能反映过渡过程,而只有传递函数才能反映系统对于激励响应的全过程。

尽管不能反映系统的瞬态特性,但频率响应函数直观地反映了系统对于不同频率输入的响应特性。在实际工程技术问题中,为获得较好的测试效果,常在系统处于稳态输出时进行测试,因此也常用频率响应函数来描述系统的动态特性。

式(1.4.4)给出了在给定频率下系统达到稳态时的输入输出关系。



(a) 传递函数描述的系统输入输出



(b) 频率响应函数描述的系统输入输出

图 1.4.1 传递函数与频响函数的区别示意图

频率响应函数 $H(j\omega)$ 是一个复数值,可以将其表示为如下指数函数形式:

$$H(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \quad (1.4.5)$$

其中

$$A(\omega) = |H(j\omega)| \quad (1.4.6)$$

称为系统的幅频特性,而

$$\varphi(\omega) = \arg H(j\omega) \quad (1.4.7)$$

称为系统的相频特性。

如果以 $\omega$ 为自变量对 $A(\omega)$ 和 $\varphi(\omega)$ 作图,则所得的曲线分别成为幅频特性曲线和相频特性曲线。如果 $\omega$ 采用对数坐标而幅值采用分贝(dB)表示,则此时得到的幅频与相频对数曲线称为波特(Bode)图。一阶系统的波特图如图 1.4.2 所示。

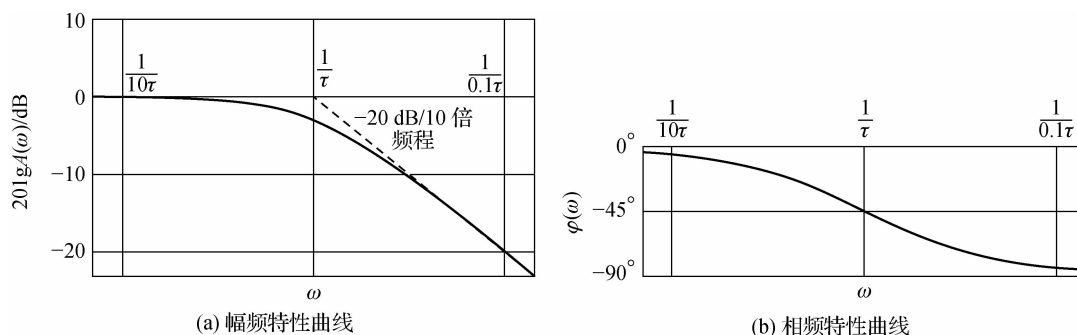


图 1.4.2 一阶系统的波特图

若将  $H(j\omega)$  表示为实部与虚部的组合,即

$$H(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) \quad (1.4.8)$$

分别以  $P(\omega)$  和  $Q(\omega)$  作为坐标系的横、纵坐标,画出随  $\omega$  变化的  $[P(\omega), Q(\omega)]$  曲线,并在曲线上注明相应的频率,则此时获得的表示系统特性的曲线称为奈奎斯特(Nyquist)图。图中自坐标原点到曲线上某一频率点  $\omega_0$  处所作矢量的长度即为频率响应函数  $H(j\omega)$  在该频率点处的幅值  $A(\omega_0)$ ,而该矢量与横坐标轴的夹角则代表了频率响应的辐角  $\varphi(\omega_0)$ 。一阶系统的奈奎斯特图如图 1.4.3 所示。

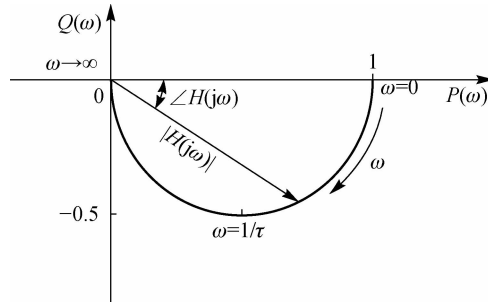


图 1.4.3 一阶系统的奈奎斯特图

在采用正弦输入研究动态特性时,常用幅频特性和相频特性来描述其动态特性,重要的指标是频带宽度,简称带宽。它指测试系统增益变化不超过某一规定分贝值的频率范围。

### 1.4.2 一阶系统与二阶系统的频响特性与阶跃响应特性

通常式(1.4.3)中分母的阶次高于分子的阶次,即  $n > m$ ,这样的传递函数总能够分解为如下形式:

$$H(s) = \sum_{i=1}^r \frac{q_i}{s + p_i} + \sum_{i=1}^{\frac{(n-r)}{2}} \frac{\alpha_i s + \beta_i}{s^2 + 2\xi_i \omega_{0i} s + \omega_{0i}^2} \quad (1.4.9)$$

式中,  $p_i, q_i, \alpha_i, \beta_i, \xi_i, \omega_{0i}$  均为实数。等号右侧的第一项对应于系统的  $r$  个实极点(令传递函数分母为 0 时的  $s$  值),而第二项对应于系统的  $n-r$  个关于复平面实轴对称的复极点。

由式(1.4.9)可见,任何一个分母阶次高于分子阶次的传递函数均可分解为若干个一阶和二阶系统的并联。因此,一阶系统和二阶系统构成了任何高阶系统的基础。研究一阶和二阶系统的动态特性对于研究高阶系统的动态特性具有基础性的意义。

#### 1. 一阶系统

一阶系统的微分方程为

$$a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad (1.4.10)$$

令  $K = b_0/a_0, \tau = a_1/a_0$ ,则式(1.4.10)可化为

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Kx(t) \quad (1.4.11)$$

对式(1.4.11)进行拉普拉斯变换并整理,可得一阶系统的传递函数为

$$H(s) = \frac{K}{1 + \tau s} \quad (1.4.12)$$

式中,  $K$  为系统的静态灵敏度或静态增益;  $\tau$  为系统的时间常数。

## ■ 传感器与检测技术

### 例 1.17 液柱式温度计。

解 图 1.4.4 所示为液柱式温度计示意图,其中  $T_i(t)$  表示待测的环境温度即温度计输入,  $T_o(t)$  表示温度计示值即温度计输出, 则输入输出关系为

$$\frac{T_i(t) - T_o(t)}{R} = C \frac{dT_o(t)}{dt} \quad (1.4.13)$$

式中,  $R$  为传导介质的热阻;  $C$  为温度计的热容。

对式(1.4.13)做拉普拉斯变换,并令  $\tau = RC$  为温度计的时间常数,则

$$\tau s T_o(s) + T_o(s) = T_i(s) \quad (1.4.14)$$

整理得系统的传递函数为

$$H(s) = \frac{1}{1 + \tau s} \quad (1.4.15)$$

可见液柱式温度计是一个典型的一阶系统。

此外,单自由度振动系统及  $RC$  低通滤波电路等也都是典型的一阶系统。

$K=1$  时的一阶系统幅频与相频特性曲线如图 1.4.5 所示,其波特图与奈奎斯特图分别如图 1.4.2 和图 1.4.3 所示。

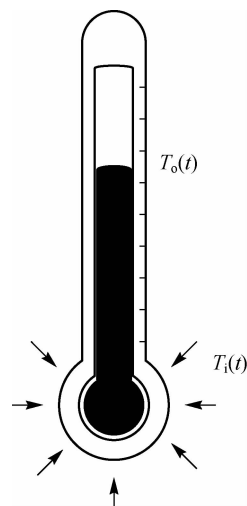


图 1.4.4 液柱式温度计示意图

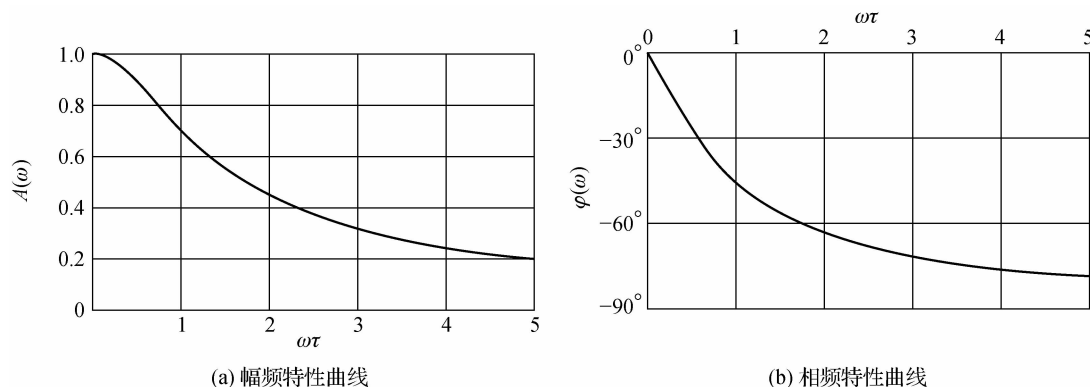


图 1.4.5  $K=1$  时的一阶系统的幅频与相频特性曲线

当一阶系统输入单位阶跃信号时,此时输入信号的拉普拉斯变换为

$$X(s) = 1/s \quad (1.4.16)$$

因此,输出信号的拉普拉斯变换为

$$Y(s) = \frac{1}{s(1 + \tau s)} \quad (1.4.17)$$

对式(1.4.17)进行拉普拉斯逆变换可得输出信号的时域形式为

$$y(t) = 1 - e^{-t/\tau} \quad (1.4.18)$$

其响应曲线如图 1.4.6 所示。



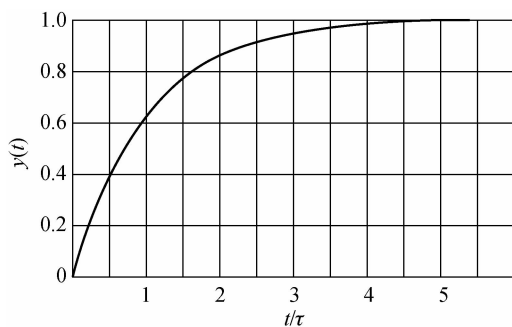


图 1.4.6 一阶系统的阶跃响应曲线

对一阶系统而言,在施加单位阶跃激励后,经过 1 个时间常数  $\tau$  的时间,输出值可达到稳态输出值的 63.2%;若经过  $4\tau$  的时间,则输出值可达稳态输出值的 98.2%,此时可认为系统输出已近似达到稳态。

因此,时间常数  $\tau$  是描述一阶系统动态特性的重要参数, $\tau$  越小,响应速度也越快。

## 2. 二阶系统

典型的二阶系统的微分方程为

$$a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad (1.4.19)$$

令  $K = \frac{b_0}{a_0}$ ,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}}$ ,  $\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}$ , 则对式(1.4.19)进行拉普拉斯变换并整理可得二阶系统的传递函数  $H(s)$  为

$$H(s) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \quad (1.4.20)$$

式中, $K$  为系统的静态灵敏度; $\omega_0$  为系统的无阻尼固有频率; $\xi$  为系统的阻尼比。

### 例 1.18 测力弹簧秤。

解 测力弹簧秤示意图如图 1.4.7 所示。设初始状态为 0,即  $x_o(0) = 0, f_i(0) = 0$ 。由牛顿第二定律可知

$$f_i - B \frac{dx_o}{dt} - kx_o = M \frac{d^2 x_o}{dt^2} \quad (1.4.21)$$

式中, $f_i$  为待测力即输入; $x_o$  为指针移动的距离,即输出; $B$  为系统阻尼常数; $k$  为弹簧的弹性系数。

对式(1.4.21)进行拉普拉斯变换可得

$$(Ms^2 + Bs + k)X_o(s) = \frac{1}{k}F_i(s) \quad (1.4.22)$$

令  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}}$ ,  $\xi = \frac{B}{2\sqrt{kM}}$ ,  $K = \frac{1}{k}$ , 则可以将式(1.4.22)

整理为如式(1.4.20)的二阶系统传递函数形式。

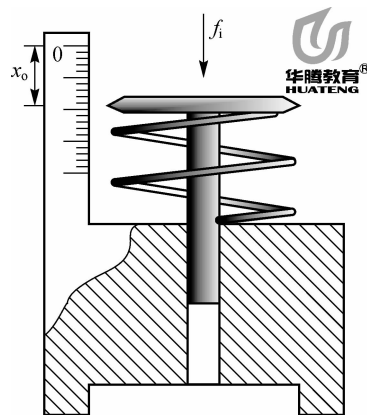
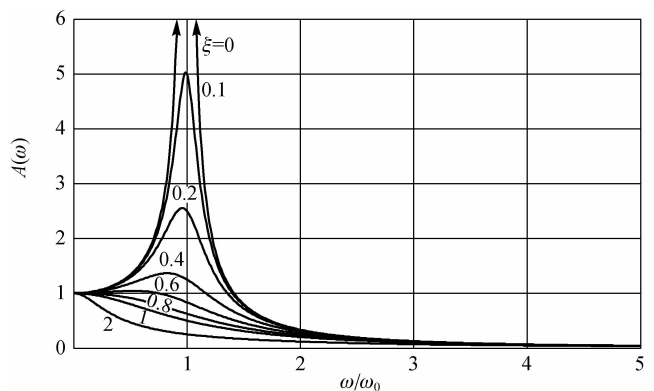


图 1.4.7 测力弹簧秤示意图

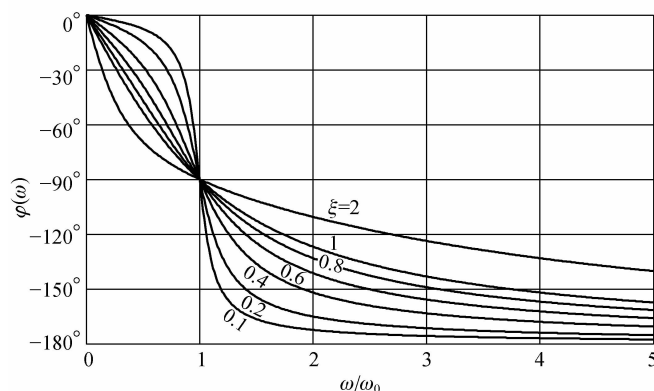
二阶系统的频率响应函数为

$$H(j\omega) = \frac{K}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + 2j\xi \frac{\omega}{\omega_0}} \quad (1.4.23)$$

当  $K=1$  时,二阶系统的幅频与相频特性、波特图和奈奎斯特图分别如图 1.4.8、图 1.4.9 和图 1.4.10 所示。



(a) 幅频特性曲线



(b) 相频特性曲线

图 1.4.8 当  $K=1$  时,二阶系统的幅频与相频特性曲线

在单位阶跃信号的激励下,二阶系统的阶跃响应曲线如图 1.4.11 所示。

(1)当系统为欠阻尼,即  $\xi < 1$  时,二阶系统的阶跃响应为

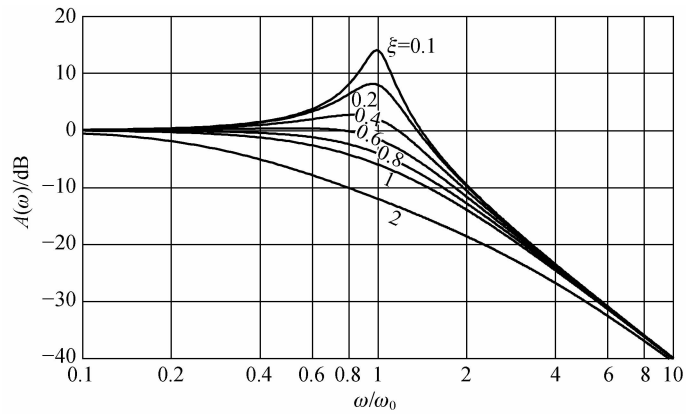
$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t + \varphi) \quad (1.4.24)$$

其中

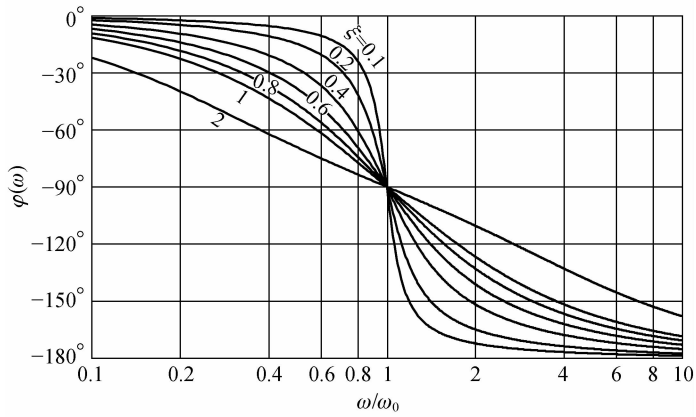
$$\varphi = \arctan \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$$

(2)当系统处于临界阻尼状态,即  $\xi=1$  时,阶跃响应为

$$y(t) = 1 - (1 + \omega_0 t)e^{-\omega_0 t} \quad (1.4.25)$$



(a) 幅频特性曲线



(b) 相频特性曲线

图 1.4.9 当  $K=1$  时,二阶系统的波特图

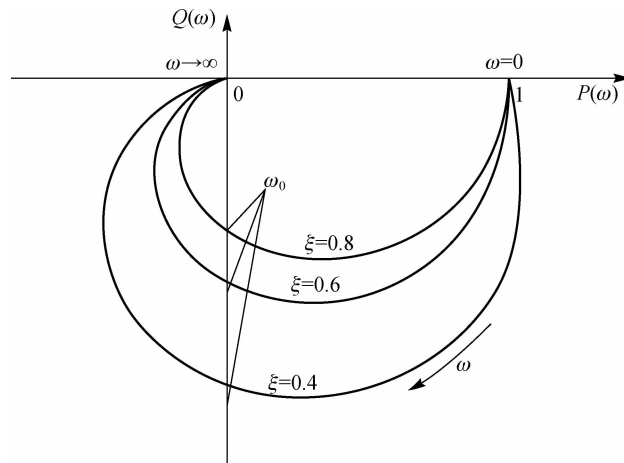


图 1.4.10 当  $K=1$  时,二阶系统的奈奎斯特图

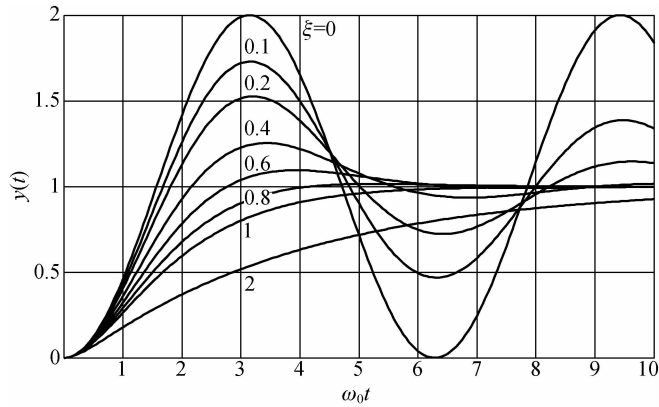


图 1.4.11 二阶系统的阶跃响应曲线

(3) 当系统为过阻尼, 即  $\xi > 1$  时, 阶跃响应为

$$y(t) = 1 - \frac{\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}}{2\sqrt{\xi^2 - 1}} e^{-(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_0 t} + \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}}{2\sqrt{\xi^2 - 1}} e^{-(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_0 t} \quad (1.4.26)$$

当  $\xi = 0$  时, 系统超调量为 100%, 且系统持续振荡, 不能达到稳态。当  $\xi > 0$  时, 系统阶跃响应与稳态值之间存在动态误差, 即式(1.4.24)~式(1.4.26)中除 1 之外的其他项, 这些误差项中均存在指数衰减项  $e^{-\lambda t}$ , 因此经过足够长时间持续振荡后, 系统可以达到稳态值, 但系统的响应在很大程度上取决于阻尼比  $\xi$  和固有频率  $\omega_0$ ,  $\omega_0$  越高, 系统响应越快, 而  $\xi$  则直接影响系统超调量和振荡次数。当  $\xi > 1$  时, 系统退化为两个一阶环节的串联, 此时系统无超调(无振荡), 但系统需要较长时间达到稳态; 当  $\xi < 1$  时, 系统存在超调和振荡, 若选择  $\xi = 0.6 \sim 0.8$ , 此时最大超调量为 2.5%~10%, 对于 5%~2% 的允许误差, 可以认为此时达到稳态的调整时间最短, 为  $\frac{3 \sim 4}{\xi \omega_0}$ 。因此, 许多测试装置在涉及参数时, 常常将阻尼比选择在 0.6~0.8。

二阶系统阶跃响应的典型性能指标如图 1.4.12 所示。

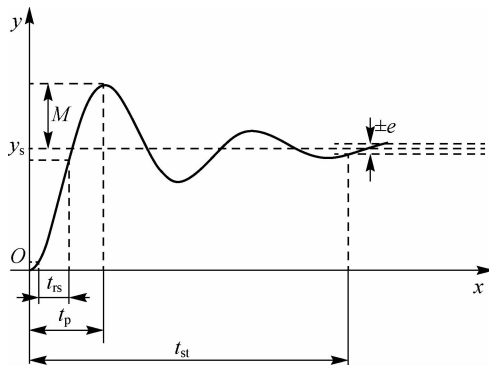


图 1.4.12 二阶系统阶跃响应的典型性能指标

各指标定义如下:

- ① 上升时间  $t_{rs}$ 。上升时间指输出由稳态值的 10% 变化到稳态值的 90% 所用的时间。
- ② 响应时间  $t_{st}$ 。响应时间指从输入量开始起作用到输出量进入稳态值所规定的范围

$[y_s - e, y_s + e]$ 所需的时间,该允许范围常取所允许的测量误差值,在给出响应时间时应同时注明该误差值的范围,如响应时间  $t_{st} = 5 \text{ s}(1 \pm 2\%)$ 。

③峰值时间  $t_p$ 。峰值时间指阶跃响应曲线达到第一个峰值所需的时间。

④超调量  $\sigma$ 。超调量指传感器输出超过稳态值的最大值  $M$ ,常用相对于稳态值的百分比  $\sigma$  表示。

## 1.5 传感器的标定与校准

任何一种新研制或生产的传感器,在其制造、装配完毕后,都必须经一系列试验来全面检定其技术性能,以确定传感器的实际性能。而经过了一定时间的存储或使用的传感器,其性能也需要进行复测。通常,在明确了输入输出关系的前提下,利用某种标准或标准器具对传感器进行标度称为标定,而传感器在使用中或存储后进行的性能复测称为校准。标定和校准就本质而言是相同的,因此本节仅对标定进行叙述。

传感器的标定是通过实验以建立传感器输入量和输出量之间的关系,同时确定不同使用条件下的误差关系。标定的基本方法是利用某种标准设备产生的已知非电量(如标准力、压力、位移等)作为输入量,输入待标定的传感器,得到传感器输出量;然后将传感器输出量与输入的标准量相比较而获得一系列校准数据或标定曲线。有时输入的标准量是利用标准传感器检测而得,这时的标定实质上是待标定传感器与标准传感器之间的比较。

为保证各种量值的准确一致,标定应当按照计量部门规定的检定规程和管理办法进行。工程测试所用传感器的标定应在与其使用条件相似的环境下进行。有时为了获得较高的标定精度,可将传感器与配用的电缆、滤波器、放大器等测试系统一同标定。有些传感器标定时还应特别注意规定的安装技术条件。

传感器的标定分为静态标定和动态标定两种。静态标定的目的是确定传感器的静态特性指标,如线性度、灵敏度、迟滞和重复性等;动态标定的目的是确定传感器的动态特性参数,如频率响应、时间常数、固有频率和阻尼比等。

### 1.5.1 标准物质及其应用

#### 1. 标准物质的定义

标准物质是具有准确量值的测量标准,在化学测量、生物测量、工程测量与物理测量领域得到了广泛应用。标准物质具有以下特点:

(1)标准物质的量值只与物质的性质有关,与物质的数量和形状无关。

(2)标准物质种类繁多。例如,化学成分量的标准物质就有数千种之多,其量限范围跨越了12个数量级。

(3)标准物质实用性强,可在实际工作条件下应用,既能用于校准检定测量仪器,评价测量方法的准确度,也能用于测量过程的质量评价及实验室的计量认证与测量仲裁等。

(4)标准物质具有良好的复现性,可批量制备且在用完后能再行复制。

根据《国际通用计量学基本术语》和《国际标准化组织指南30》,标准物质有如下定义:

(1)标准物质(reference material, RM)。标准物质是指具有一种或多种足够均匀和已很好地确定了特性值,用以校准设备、评价测量方法或给材料赋值的材料或物质。

(2)有证标准物质(certified reference material, CRM)。有证标准物质指附有证书的标

## ■ 传感器与检测技术

准物质,其一种或多种特性值用建立了溯源性的程序所确定,使之可溯源到准确复现的用于表示该特征值的计量单位,而且每个标准值都附有给定置信水平的不确定度。

(3)基准标准物质(primary reference material,PRM)。基准方法(primary method of measurement,PMM)指具有最高计量品质的测量方法,其操作可以完全地被描述和理解,其不确定度可用SI单位表述,测量结果不依赖被测量的测量标准,而基准标准物质指一种具有最高计量品质、用基准方法确定量值的标准物质。

由以上定义可见,标准物质具有两个显著特点:具有量值准确性和用于计量目的。根据这两个特点,就可以将并非用于校准计量器具和计量方法、同时也没有量值准确度要求的“产品系列标准样品”(如棉花、粮食、毛、麻等产品的标准样品)与标准物质区分开来。

### 2. 标准物质的基本要求

标准物质是以特征量值的稳定性、均匀性和准确性为主要特征的。这三个特征也是标准物质的基本要求。

#### 1)稳定性

稳定性指标准物质在规定的时间内和环境条件下,其特征量值保持在规定范围内的能力。

#### 2)均匀性

均匀性是物质的一种或几种特性具有相同组分或相同结构的状态。从理论上讲,如果物质各部分之间的特性量值没有差异,那么该物质就此给定特性而言是完全均匀的。但物质各部分之间特征量值是否存在差异,必须用实验方法才能确定。因此,所谓均匀性,指的是物质各部分之间特征量值的差异不能用实验方法检测出来。这样,均匀性的实际概念就包括物质本身的特性和所用的计量方法的某些参数,如计量方法的精密度(标准偏差)和试样大小(实验取样量)等。通常,标准物质证书中都给出均匀性检验的最小取样量。

#### 3)准确性

准确性是指标准物质具有准确计量的或严格定义的标准值(又称保证值或鉴定值)。当使用计量方法确定标准值时,标准值是被鉴定特性量之真值的最佳估计值,标准值与真值的偏离不超过计量不确定度。在某些情况下,标准值不能用计量方法获得,而用约定一致的规定来指定,以及此时的标准值为约定真值。通常在标准物质证书中都同时给出标准值及其计量不确定度,当标准值为约定真值时,则还给出使用该标准物质作为“校准物”时的计量方法规范。

### 3. 标准物质的级别

标准物质特性量值的准确度是划分标准物质级别的主要依据,此外,不同级别的标准物质对于均匀性、稳定性和用途等也有不同要求。从量值传递与经济性出发,通常将标准物质分为两级:一级(国家级)标准物质和二级(部门级)标准物质。一级标准物质主要用于标定比之低一级的标准物质,或用于检定高准确度的计量仪器,或用于评定和研究标准方法,或在高准确度要求的关键场合下应用;二级标准物质或工作标准物质一般是为了满足本单位的需要与社会一般要求的标准物质,作为工作标准直接使用,或用于现场方法的研究与评价,或用于日常实验室内质量保证及不同实验间的质量保证,即用于评定日常分析操作的测量不确定度。

一级标准物质由国家计量机构或经国家计量主管部门确认的机构制备,采用定义法或其他准确、可靠的方法对其特性量值进行计量。计量的准确度达到国内最高水平并相当于国际水平。

二级标准物质由工业主管部门确认的机构制备,采用准确、可靠的方法或直接与一级标

准物质相比较的方法对其特性进行计量。计量准确度能满足现场计量的需要。

一级标准物质与二级标准物质主要特点的比较见表 1.5.1。

表 1.5.1 一级标准物质与二级标准物质主要特点的比较

项 目	一级标准物质	二级标准物质
生产者	国家计量机构或由国家计量主管部门确认的机构	工业主管部门确认的机构
特性量值的计量方法与定值途径	(1)定义法计量定值； (2)两种以上原理不同的准确可靠方法计量定值； (3)多个实验室用准确可靠的方法协作计量定值	(1)两种以上原理不同的准确可靠方法计量定值； (2)多个实验室用准确可靠的方法协作计量定值； (3)用精密计量法与一级标准物质直接比较计量定值
准确度	根据使用要求和经济原则,尽可能达到较高准确度,至少比使用要求的准确度高 3 倍	高于现场使用要求的 10 倍
均匀性	取决于使用要求	取决于使用要求
稳定性	越长越好,至少 1 年	要求略低,若鉴定后马上使用可短至数月或数周
主要用途	(1)计量器具的校准； (2)标准计量方法的研究与评价； (3)二级标准物质的鉴定； (4)高准确度计量的现场应用	(1)计量器具的校准； (2)现场计量方法的研究与评价； (3)日常分析,计量的质量控制(现场应用)

#### 4. 标准物质的品种和分类

标准物质种类繁多,也有多种分类方法,常用的分类方法有两种。

##### 1)按技术特性分类

标准物质按技术特性可分为以下几种:

(1)化学成分标准物质(或称分量标准物质)。这类标准物质具有确定的化学成分,并用技术上正确的方法对其化学成分进行准确的计量,用于成分分析仪器的校准与分析方法的评价,如金属、地质、环境等化学成分标准物质。

(2)物理化学特性标准物质。这类标准物质具有某种良好的物理化学特性,并已经过准确计量,用于物理化学特性计量器具的刻度校准或计量方法的评价,如 pH 值、燃烧热、聚合物分子量标准物质等。

(3)工程技术特性标准物质。这类标准物质具有某种良好的技术特性并经准确计量,用于工程技术参数和特性计量器具的校准、计量方法的评价及材料或产品技术参数的比较计量,如粒度标准物质、标准橡胶、标准光敏褪色纸等。

##### 2)按学科或专业分类

根据学科或专业,标准物质可分为如下几类:

(1)地质学标准物质,如岩石、矿石、矿物、土壤等。

(2)物理化学标准物质,如黏度、密度、电化学、热化学、热物理等。

## ■ 传感器与检测技术

- (3)核科学、放射性标准物质,如同位素成分、射线能量等。
- (4)环境科学标准物质,如环境气体、水质、粉尘等。
- (5)有色金属标准物质,如铜、铝、锌、锡等。
- (6)钢铁标准物质,如生铁、钢等。
- (7)聚合物标准物质,如聚合物、橡胶等。
- (8)玻璃、陶瓷、耐火材料标准物质,如水泥、玻璃、耐火材料等。
- (9)生物学和植物学标准物质,如抗生素、果树叶等。
- (10)生物医学和药理学标准物质,如药品、血清等。
- (11)临床化学标准物质,如胆甾醇、尿酸等。
- (12)纸张标准物质,如纸的反射颜色等。
- (13)石油标准物质,如异辛烷、残余燃油等。
- (14)无机化工产品标准物质,如无机试剂、化肥、纯气体等。
- (15)有机化工产品标准物质,如纯有机化合物、农药、致癌物等。
- (16)技术工程标准物质,如粒度、硬度等。
- (17)物理学标准物质,如热导、磁矩、温度固定点等。

此外,还可根据用途分为用于产品交换的标准物质、用于质量控制的标准物质、用于特性测定的标准物质及用于科学研究的标准物质等。

目前我国已批准 13 类标准物质,共计国家一级标准物质有 1 168 种(含基准物质 108 种),二级标准物质 1 422 种。

### 5. 标准物质的溯源体系与定值的组织系统

标准物质的量值传递系统如图 1.5.1 所示。

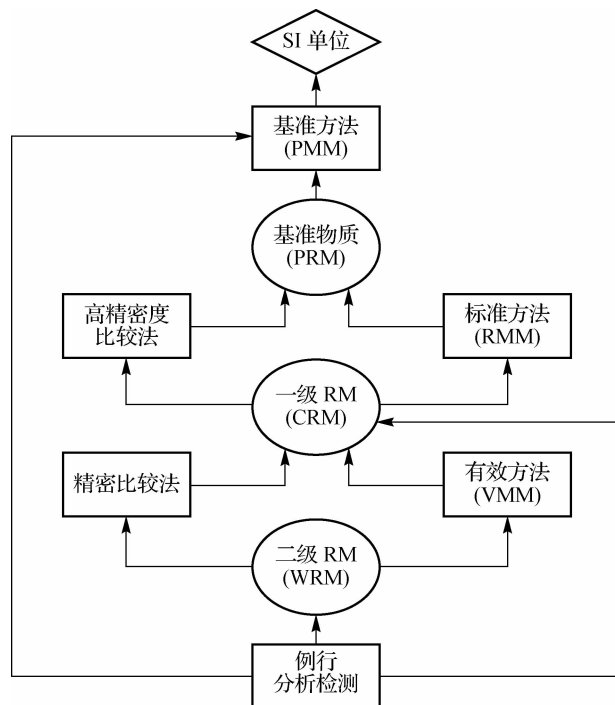


图 1.5.1 标准物质的量值传递系统



由国际标准化组织标准物质委员会(ISO/REMCO)给出的标准物质溯源体系图如图 1.5.2 所示。

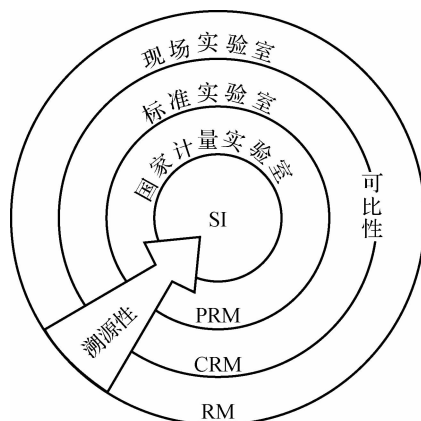


图 1.5.2 ISO/REMCO 的标准物质溯源体系图

标准物质定值的组织系统如图 1.5.3 所示。图中,CIPM/CCQM 为国际计量委员会物质质量咨询委员会;OIML 为国际法制计量组织;CITAC 为分析化学国际溯源协作组织;IUPAC 为国际纯粹与应用化学联合会;CSM/REMCO、CMCO 和 AQACO 分别为中国计量测试学会标准物质专业委员会、化学计量专业委员会和检测质量保证专业委员会。

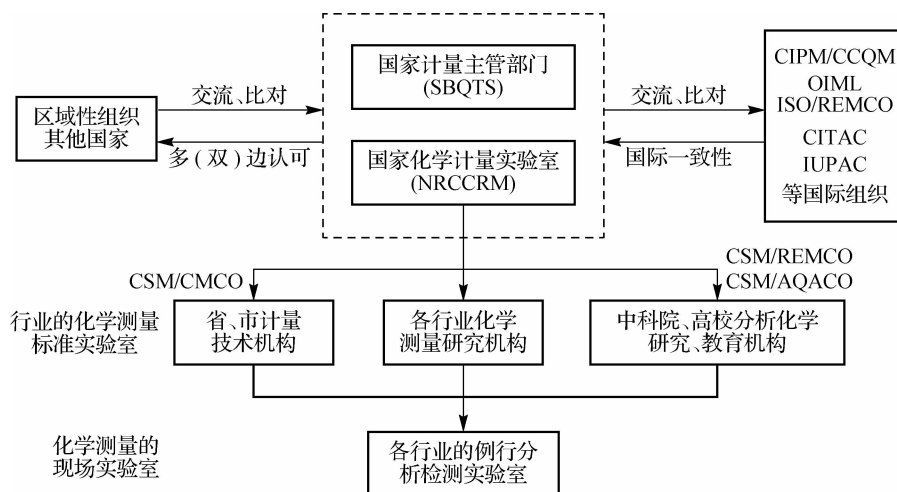


图 1.5.3 标准物质定值的组织系统

### 6. 选择与使用有证标准物质的注意事项

选择与使用有证标准物质应注意如下事项：

- (1) 要选择并使用经国家批准、颁布的有证标准物质。
- (2) 要全面了解标准物质证书上所规定的各项内容并严格执行。
- (3) 要选择与待测样品的基体组成和待测成分的含量水平类似的有证标准物质。
- (4) 要根据预期用途和不确定度水平要求选择不同级别的有证标准物质。
- (5) 要在有证标准物质的有效期限内使用标准物质。

## ■ 传感器与检测技术

(6)要注意标准物质的最小取样量,当使用量小于最小取样量时,标准物质的特性量值和不确定度等参数可能不再有效。

(7)应在分析方法和操作过程处于正常稳定状态下,即处于统计控制状态下使用标准物质,否则会导致错误。

### 1.5.2 传感器的静态标定

#### 1. 静态标定的标准条件

传感器的静态特性是在静态标准条件下进行标定的。静态标准条件是指没有加速度、振动、冲击(除非这些参数本身就是被测量)及环境温度一般为室温( $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ ),相对湿度不大于85%,大气压力为 $1\ 017\ \text{kPa}$ 的情况。

#### 2. 静态特性标定的方法

对传感器进行静态特性标定,首先要创造一个静态标准条件,其次要选择与被标定传感器的精度要求相适应的一定等级的标准设备,然后才能对传感器进行静态特性标定。静态标定的步骤如下:

(1)将传感器全量程分为若干等间距点。

(2)根据传感器量程分点情况,由小到大逐点输入标准量值,记录下与输入值相对应的输出值。

(3)将输入值由大到小逐点减小,记录下与输入值相对应的输出值。

(4)按(2)、(3)步所述过程,对传感器的正、反行程进行往复循环的多次测试,将得到的输入-输出测试数据列成表格或作曲线图。

(5)对测试数据进行必要的处理,根据处理结果即可确定传感器的线性度、灵敏度、迟滞和重复性等静态指标。

#### 3. 静态标定实例

下面以一类常用的传感器——加速度传感器为例,说明静态标定的方法。

##### 1) 重力场法

地球静态重力场法是一种绝对校准法,具有较高的精度,其校准示意图如图 1.5.4 所示。

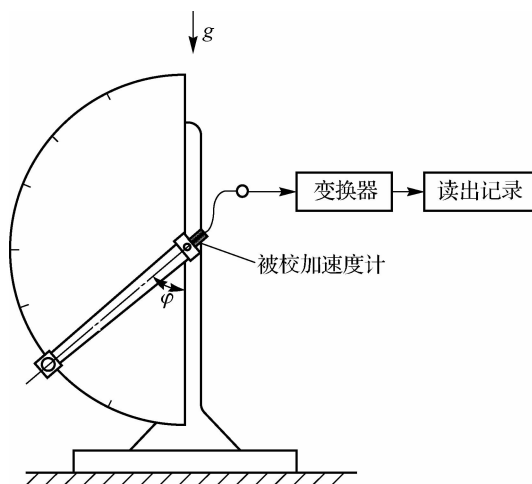


图 1.5.4 加速度传感器静态重力场校准示意图

被校传感器被安装在台面上,台面可绕中心轴旋转,而传感器的敏感轴也随之旋转。当传感器转至角度  $\varphi$  时,其灵敏度为

$$K = \frac{u}{g \cos \varphi} \quad (1.5.1)$$

式中,  $u$  为传感器的输出;  $g$  为重力加速度。

因此,通过改变  $\varphi$  角并精确测定当地重力加速度,即可对传感器进行校准。

应当注意,此方法原则上属于静态绝对校准,仅适用于具有零频响应的加速度计,如同服式、压阻式、应变式等,而且装置必须具有良好的隔振基础,旋转轴应严格保持水平,否则将影响精度。

## 2) 比较法

比较法是传感器校准中最常用的方法,具有原理简单、操作方便、对设备要求不高等优点。

比较法校准加速度传感器的工作原理为:将两只加速度传感器背靠背安装在一起或者安装在同一刚性支架上,其中一只为参考标准加速度传感器,其灵敏度和技术性能均为已知,另一只为被校传感器,用同样的加速度  $a$  对它们进行激励时,各自的输出为

$$u_S = K_S a \quad (1.5.2)$$

$$u_T = K_T a \quad (1.5.3)$$

式中,  $u_S$ ,  $K_S$  分别为标准传感器的输出和灵敏度;  $u_T$ ,  $K_T$  分别为被校传感器的输出和灵敏度。

于是有

$$K_T = u_T K_S / u_S \quad (1.5.4)$$

在比较法中,标准传感器是最为关键的环节,其质量好坏对于校准结果具有十分重要的影响,因此对其有一定的要求和规定。我国发布的标准压电加速度计检定规程中要求:标准加速度计的灵敏度精确,用激光法或互易法校准的精度优于 0.5%;灵敏度具有长期稳定性,在检定期间无明显变化;横向灵敏度比不大于 3% 或更低;线性度高;非振动环境灵敏度低,如温度响应、磁灵敏度、基座应变灵敏度、瞬变温度灵敏度等应尽量小。

### 1.5.3 传感器动态参数的测定

传感器动态特性参数的测定较为复杂和特殊,一般应测出其频率特性曲线。对于一阶和二阶传感器而言,只要测出其动态特性参数即可,即一阶传感器的时间常数  $\tau$  及二阶传感器的固有频率  $\omega_0$  和阻尼比  $\xi$ 。

对传感器进行动态标定,需要输入一个标准激励信号。为便于比较和评价,常采用阶跃输入和正弦输入,即以一个已知的阶跃信号激励传感器,使传感器按自身的时间常数上升或按固有频率振动,并记录下运动状态以确定动态参数;或者以一个振幅和频率均已知且可调的正弦信号激励传感器,根据记录的运动状态确定传感器的动态特性。

#### 1. 一阶系统动态参数的测定

对于一个一阶系统而言,其静态灵敏度  $K$  可通过静态标定来获得,因此需要测定的系统动态参数只有时间常数  $\tau$ 。 $\tau$  的求取有多种方法,通常通过对系统施加阶跃激励,然后求取系统从施加激励的时刻开始,至输出达到最终稳定值的 63.2% 所经历的时间,以此作为

## ■ 传感器与检测技术

$\tau$ 。该方法的缺点在于不够精确,因为起始时间  $t=0$  时不能确定将对该方法的结果造成影响,而且也不能确切地确定系统是否为一阶系统。

更为精确地测定时间常数  $\tau$  的另一种方法如下:

由于一阶系统的单位阶跃响应为

$$y(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1.5.5)$$

因此

$$z = \ln[1 - y(t)] = -\frac{t}{\tau} \quad (1.5.6)$$

即  $z$  与  $t$  之间呈线性关系,且该直线斜率的相反数等于系统时间常数的倒数。据此,可通过测取系统在多个不同时刻的阶跃响应值,然后按  $t-z$  作图后进行直线拟合来获得更为精确的时间常数  $\tau$  值,如图 1.5.5 所示。此外,根据直线拟合的质量,即数据点是否都基本落在拟合直线上来判断系统是否是一个一阶系统。如果数据点明显偏离直线,说明系统不是一阶系统,则利用 63.2%法则所得到的  $\tau$  值自然也是相当不准确的。

此外,一阶系统的时间常数也可通过频率响应试验来获取。将频带很宽的正弦信号输入系统,记录系统的输入与稳态输出,然后画出系统的波特图,如图 1.5.6 所示。若为一阶系统,则低频段的幅频曲线为一水平直线,而在高频段,幅频曲线接近于以  $-20$  dB/10 倍频程为斜率的直线,且相角渐进地接近于  $-90^\circ$ 。于是由曲线的转折频率可以求得时间常数  $\tau = 1/\omega_{\text{break}}$ 。同样,根据测得的曲线形状是否明显偏离理想曲线,也能判断该系统是否确实为一阶系统。

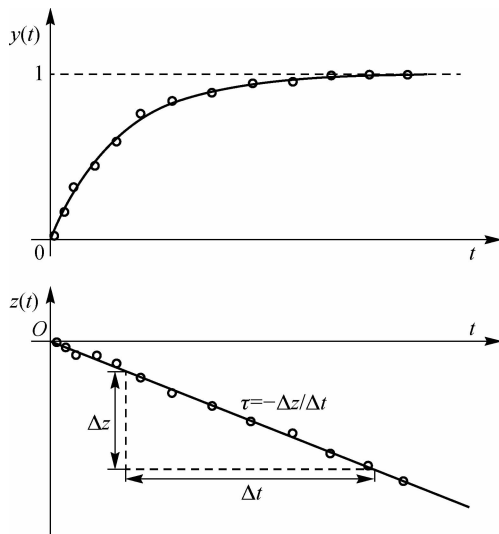


图 1.5.5 一阶系统时间常数测定

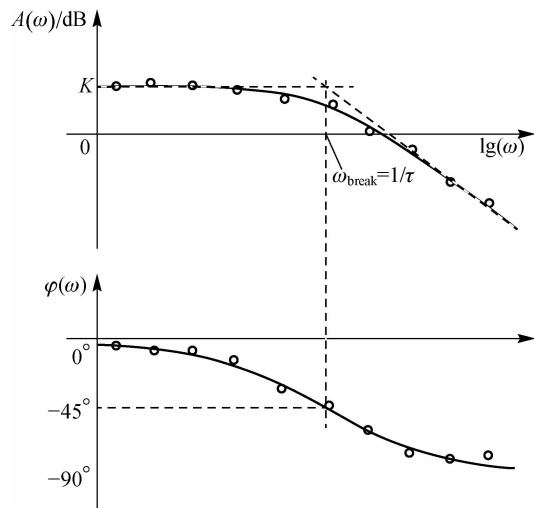


图 1.5.6 一阶系统时间常数的频响测定

## 2. 二阶系统动态参数的测定

二阶系统的动态灵敏度同样可通过静态标定来确定。系统的阻尼比  $\xi$  和固有频率  $\omega_0$  的测定也有多种方法可用,通常也使用阶跃响应法和频率响应法。

(1)用欠阻尼二阶系统( $\xi < 1$ )的阶跃响应法求取  $\xi$  和  $\omega_0$  的方法如图 1.5.7 所示。此时系统的响应为

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t + \varphi) \quad (1.5.7)$$

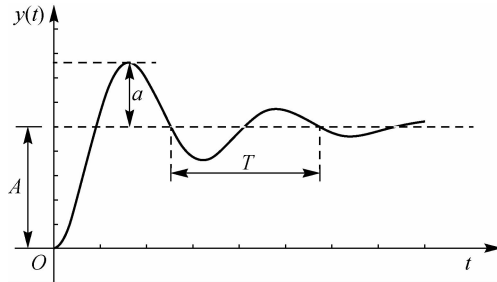


图 1.5.7 欠阻尼二阶系统动态参数测定

可以验证,该响应函数为一个周期性振荡衰减函数,其相邻振荡峰值之间的时间为

$$T = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\sqrt{1-\xi^2}\omega_0} \quad (1.5.8)$$

且系统的超调量为

$$a = \exp\left(-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \quad (1.5.9)$$

因此,首先根据试验测得的系统阶跃响应来求取超调量  $a$  与振荡周期  $T$ ,然后根据式(1.5.9)有

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{\ln a}\right)^2 + 1}} \quad (1.5.10)$$

再根据式(1.5.8)有

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T\sqrt{1-\xi^2}} \quad (1.5.11)$$

(2)对于过阻尼( $\xi > 1$ )的情况,由于系统响应没有振荡,因此上述方法不再适用。此时,用两个时间常数  $\tau_1$  和  $\tau_2$  来重新表示系统的阶跃响应,即将式(1.4.26)转化为式(1.5.12)的形式。

$$y(t) = 1 - \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad (1.5.12)$$

其中,

$$\tau_1 = \frac{1}{(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_0}, \tau_2 = \frac{1}{(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_0}$$

从一条阶跃响应曲线中求取  $\tau_1$  与  $\tau_2$  的步骤如下:

- ①定义一个以百分比表示的不完全响应函数  $R_p = 100[1 - y(t)]$ 。
- ②用对数坐标画出如图 1.5.8 所示的  $t-R_p(t)$  曲线。若为二阶系统,则曲线应逐渐接近于一条直线。将该直线延伸至与纵坐标轴  $t=0$  相交,得点  $P_1$ ,则该直线渐进线上  $R_p$  值等于  $0.368P_1$  处对应的时间即为  $\tau_1$ 。
- ③在同一个坐标系中画出直线渐近线与  $R_p(t)$  之间的差值曲线。若该曲线不为直线,则说

明不是二阶系统;若该曲线是直线,则该直线上等于  $0.368(P_1 - 100)$  处对应的时间即为  $\tau_2$ 。

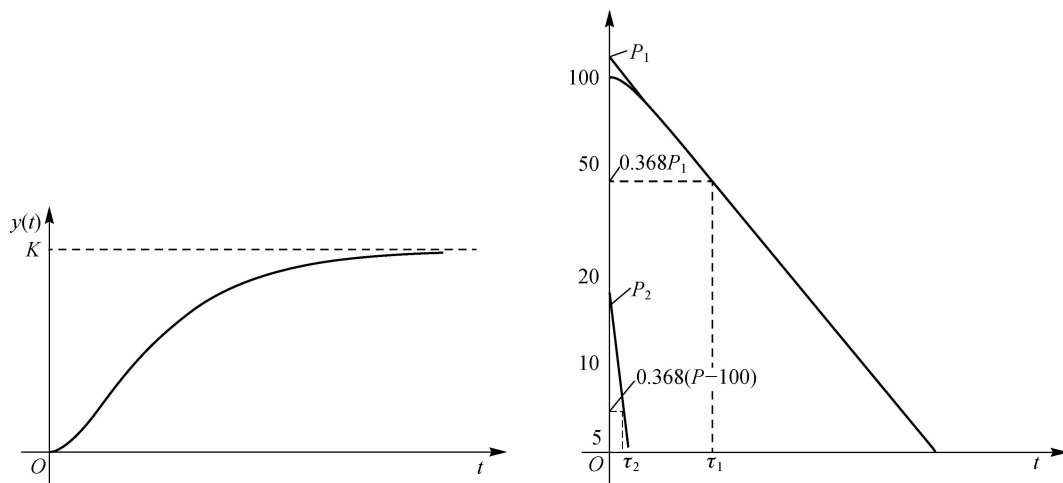


图 1.5.8 过阻尼二阶系统动态参数测定

根据  $\tau_1$  和  $\tau_2$  便可进一步求出  $\xi$  和  $\omega_0$ 。

### 3. 动态标定实例

在此仅介绍利用阶跃压力源进行动态标定的方法。有多种方法可以产生阶跃压力,激波管法是其中比较常用的一种。因为这种方法可以产生前沿很陡峭、接近理想阶跃的压力信号,因此广泛应用于压力传感器的动态标定。激波管法主要具有以下三个特点:

- (1) 压力幅度范围宽,便于改变压力值。
- (2) 频率范围宽(2 kHz~2.5 MHz)。
- (3) 便于分析研究和数据处理。

此外,激波管结构简单,使用方便可靠,标定精度可达 4%~5%。

#### 1) 激波管标定装置的工作原理

激波管标定装置系统原理框图如图 1.5.9 所示,它由激波管、入射激波测速系统、标定测量系统及气源系统四大部分组成。



图 1.5.9 激波管标定装置系统原理框图

1—高压室; 2—低压室; 3—塑料膜片; 4—侧面被标定传感器; 5—底面被标定传感器;

6,7—测速压力传感器; 8—测速前置级; 9—数字频率计; 10—电荷放大器;

11—记忆示波器; 12—气源; 13—气压表; 14—泄气门

(1) 激波管。激波管是产生激波的核心部分,由高压室 1 和低压室 2 组成。两室之间由

铝和塑料膜片 3 隔开,膜片的厚度决定激波压力的高低。标定时,根据要求对高、低压室充以不同的压缩空气,低压室一般为 1 个大气压,高压室充以高压气体。当高、低压室的压差达到一定程度时,膜片破裂,高压气体迅速膨胀冲入低压室,形成激波。激波的波阵面保持恒定,接近理想阶跃波,并以超音速冲向被标定的传感器。传感器在激波激励下,按固有频率产生一个衰减振荡,其波形由显示系统记录下来以确定传感器的动态特性。

激波管中压力与波动情况如图 1.5.10 所示。图 1.5.10(a)所示为膜片爆破前的情况, $P_4$  为高压室的压力, $P_1$  为低压室的压力;图 1.5.10(b)所示为膜片爆破后稀疏波反射前的情况, $P_2$  为膜片爆破后产生的激波压力, $P_3$  为高压室爆破后形成的压力, $P_2$  与  $P_3$  的接触面称为温度分界面, $P_2$  与  $P_3$  的压力值相等,但各自所在区域的温度不同。稀疏波就是膜片破碎时在高压室中形成的波;图 1.5.10(c)所示为稀疏波反射后的情况,当稀疏波波头达到高压室端面时,便会产生稀疏波的反射,称为反射稀疏波,其压力减小为  $P_6$ ;图 1.5.10(d)所示为反射激波的波动情况,当  $P_2$  达到低压室端面时也产生反射,压力增大为  $P_5$ ,称为反射激波。 $P_2$  与  $P_5$  都是在标定传感器时要用到的参数,当被标定的传感器安装在侧面时要使用  $P_2$ ,而安装在底面时要用  $P_5$ ,二者的不同之处在于  $P_5 > P_2$ ,但  $P_5$  维持恒压的时间略小于  $P_2$ 。

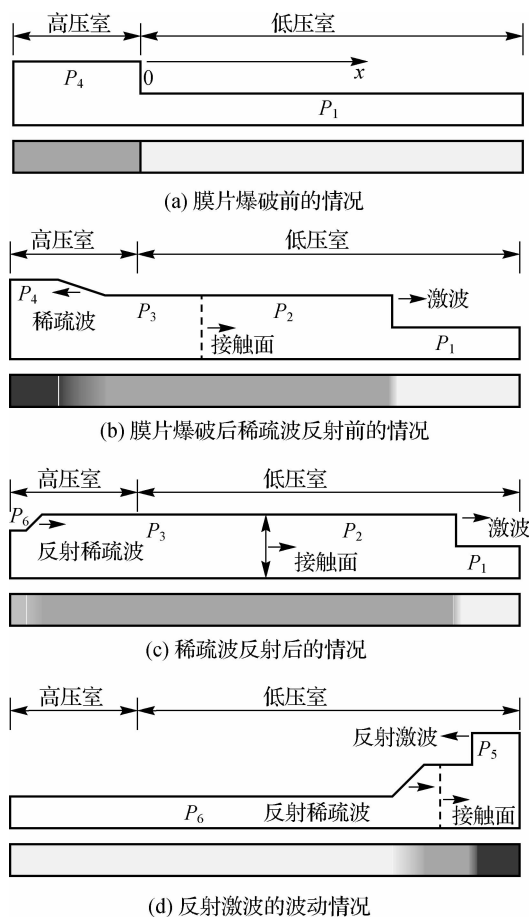


图 1.5.10 激波管中压力与波动情况

## ■ 传感器与检测技术

计算压力的基本关系式为

$$P_{41} = \frac{P_4}{P_1} = \frac{1}{6} (7M - 1) \left[ 1 - \frac{1}{6} \left( M - \frac{1}{M} \right) \right]^{-7} \quad (1.5.13)$$

$$P_{21} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{6} (7M^2 - 1) \quad (1.5.14)$$

$$P_{51} = \frac{P_5}{P_1} = \frac{1}{3} (7M^2 - 1) \frac{4M^2 - 1}{M^2 + 5} \quad (1.5.15)$$

$$P_{52} = \frac{P_5}{P_2} = 2 \frac{4M^2 - 1}{M^2 + 5} \quad (1.5.16)$$

入射激波的阶跃压力为

$$\Delta P_2 = P_2 - P_1 = \frac{7}{6} (M^2 - 1) P_1 \quad (1.5.17)$$

反射激波的阶跃压力为

$$\Delta P_5 = P_5 - P_1 = \frac{14}{3} (M^2 - 1) \frac{2M^2 + 1}{M^2 + 5} P_1 \quad (1.5.18)$$

式中,  $M$  为激波的马赫数, 由测速系统测得。

$P_1$  可预先给定, 一般采用当地大气压, 可根据公式准确计算得到。一旦  $P_1$  及  $M$  确定, 各压力值便可计算出来。

(2) 入射激波测速系统。入射激波测速系统由图 1.5.9 中的压电式测速压力传感器 6 和 7 及数字频率计 9 组成。若测得激波的前进速度, 便可求得马赫数  $M$ 。对测速压力传感器 6 和 7 的要求是一致性好, 尽量小型化。传感器的受压面应与管的内壁面一致, 以免影响激波管内表面的形状。测速前置级 8 通常采用电荷放大器和限幅器以给出幅值基本恒定的脉冲信号, 数字频率计如果给出  $0.1 \mu\text{s}$  的时标便可满足要求。数字频率计 9 的开、关门时间由两个脉冲信号控制。入射激波的速度 (m/s) 为

$$v = \frac{l}{t} \quad (1.5.19)$$

式中,  $l$  为两个测速传感器之间的距离;  $t$  为激波通过两个传感器间距所需的时间,  $t = n\Delta t$ ,  $\Delta t$  为计数器的时标,  $n$  为频率计显示的脉冲数。

激波速度通常以马赫数表示, 其定义为

$$M = \frac{v}{v_T} \quad (1.5.20)$$

式中,  $v$  为激波速度;  $v_T$  为低压室在  $T(^{\circ}\text{C})$  时的声速, 可由式 (1.5.21) 求得。

$$v_T = v_0 \sqrt{1 + \beta T} \quad (1.5.21)$$

式中,  $v_0$  为  $0^{\circ}\text{C}$  时的声速 ( $331.35 \text{ m/s}$ );  $\beta = 0.00366 (1/273)$ , 为常数;  $T$  为试验时低压室的温度 (一般为室温  $25^{\circ}\text{C}$ )。

(3) 标定测量系统。标定测量系统由被标定传感器 4 和 5、电荷放大器 10 及记忆示波器 11 等组成。被标定传感器可放在侧面或底端面。由被标定传感器传来的信号经电荷放大器加到记忆示波器上记录下来, 以备分析计算, 或利用计算机进行数据处理而直接求得幅频特性及动态灵敏度等。



(4)气源系统。气源系统由气源(包括控制台)12、气压表 13 及泄气门 14 等组成。它是高压气体的产生源,通常采用压缩空气(也可采用氮气)。压力大小可由控制台控制,由气压表监视。完成测量后开启泄气门,以便泄出管内气体,然后清理管内,更换膜片,以备下次使用。

## 2)传感器动态参数的确定方法

传感器对阶跃压力的响应曲线是输出压力对时间的关系曲线,因此又称为时域曲线。若传感器振荡周期  $T_d$  稳定且振荡幅度有规律地单调减小,则传感器(或测压系统)可以近似视为二阶系统。此时可根据试验获得的阶跃响应曲线,根据式(1.5.10)和式(1.5.11)确定传感器的阻尼比  $\xi$  和固有频率  $\omega_0$ ,并可求得压力传感器的幅频特性和相频特性分别为

$$A(\omega) = \left[ \left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)^2 + \left( 2\xi \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (1.5.22)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan \frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \quad (1.5.23)$$

## 本章小结

本章较为详细地介绍了测量的基本概念、误差理论与测量不确定度评定、传感器的静态与动态特性及传感器标定等方面的知识。

测量的核心在于获得对被测量的准确的测量结果,而测量结果中总是包含着误差。对于分析测量结果、评价测量精度及量值传递而言,有关误差理论与测量不确定度的知识是必须加以掌握的内容。本章对各种误差的定义及评判进行了介绍,阐述了测量不确定度的概念及不同类型的测量不确定度评定,并简要介绍了测量数据的最小二乘法处理和一元线性回归方法及经过这些方法所得结果的不确定度评价方法。如果读者未在其他课程中学习过这些部分的详细内容,则需要对这一部分详加阅读,认真理解。

本章还详细介绍了传感器的特性与标定等方面的内容,包括有关标准物质基本知识的简要介绍。这部分知识对于后续章节的正确理解与运用而言具有重要作用,是进行后续章节学习的基础,需要认真理解与掌握。

## 习 题

- 1.1 何谓绝对误差、相对误差和引用误差? 它们之间有哪些异同点?
- 1.2 现有一台准确度  $S=0.1$  级、量程上限为 10 A 的电流表,经检定后发现该表的最大示值误差在 3 A 处,大小为 8 mA。请问该表是否合格?
- 1.3 将下列数据按近似数修约规则分别截取到百分位和千分位:  
 $\sqrt{2}; \sqrt{3} \quad \pi \quad 6.378 \ 501 \quad 5.623 \ 5 \quad 4.510 \ 50 \quad 7.510 \ 51 \quad 13.500 \ 47 \quad 2.149 \ 6$
- 1.4 测量某电路电流共 5 次,测得数据分别为 168.41 mA, 168.54 mA, 168.58 mA, 168.43 mA 和 168.50 mA。试求算术平均值和标准差。
- 1.5 现对某量进行测量后所得测得值如下:

15.2 14.6 16.1 15.4 15.5 14.9 16.8 15.0 14.6 18.3

假定测得值中不含系统误差且服从正态分布,用莱因达准则判别其中是否存在异常值;假定分别取置信水平为 $\alpha=0.05$ 和 $\alpha=0.01$ ,用格拉布斯准则与狄克逊准则判别测得值中是否存在异常值。

1.6 在某标称值为 $10\ \Omega$ 的标准电阻器的校准证书上,说明该电阻器的电阻值 $R$ 在 $20\ ^\circ\text{C}$ 时为 $(10.000\ 74\pm 0.000\ 13)\ \Omega$  ( $p=99\%$ )。求取该电阻器的标准不确定度,并说明属于哪一类评定的不确定度。

1.7 某实验拟采用4块一级量块组成基本尺寸为 $43.655\ \text{mm}$ 的量块组。已知各量块中心长度及误差分别为

$$\begin{aligned} L_1 &= 40\ \text{mm} & e_1 &= 0.35\ \mu\text{m} \\ L_2 &= 1.6\ \text{mm} & e_2 &= 0.20\ \mu\text{m} \\ L_3 &= 1.05\ \text{mm} & e_3 &= 0.20\ \mu\text{m} \\ L_4 &= 1.005\ \text{mm} & e_4 &= 0.20\ \mu\text{m} \end{aligned}$$

假定给出的误差限服从正态分布,取置信概率 $p=95\%$ ,求该量块组引起的测量不确定度。

1.8 测量某电路的电流 $I=22.5\ \text{mA}$ ,电压 $U=12.6\ \text{V}$ ,测量的标准差分别为 $\sigma_I=0.5\ \text{mA}$ 和 $\sigma_U=0.1\ \text{V}$ 。求所消耗的功率 $P$ 及其标准差 $\sigma_P$ 。

1.9 用某仪器测量工件尺寸,已知该仪器的标准差 $s=0.01\ \text{mm}$ ,若要求测量结果的标准不确定度不超过 $0.001\ \text{mm}$ ,则每组的测量次数应为多少?

1.10 通过电流表的电流 $I$ 与指针旋转角 $\varphi$ 服从如下关系:

$$I = c \tan \varphi$$

其中, $c$ 为仪表结构所确定的常数, $c=5.03\times 10^{-7}\ \text{A}$ 。现进行两次测量,分别得到 $\varphi_1=6^\circ 11' \pm 1'$ 与 $\varphi_2=43^\circ 32' \pm 1'$ 。试求这两种情况下的电流值 $I_1$ 和 $I_2$ ,以及合成标准不确定度 $u_c$ 。

1.11 何谓标准物质?对标准物质有哪些基本要求?在选择与使用有证标准物质时应注意哪些方面的问题?

1.12 某实验需要测定陶制品表面乙酸溶液滤出液中镉的质量浓度 $\rho(\text{Cd})$ ,测定采用原子吸收光谱法进行。为了校准原子吸收光谱仪,采用标准储备液 $(1\ 000\pm 2)\ \text{mg/L}$ 配制了5种标准溶液,其质量浓度分别为 $0.1\ \text{mg/L}$ , $0.3\ \text{mg/L}$ , $0.5\ \text{mg/L}$ , $0.7\ \text{mg/L}$ 和 $0.9\ \text{mg/L}$ 。用原子吸收光谱法对上述5种标准液测定吸收率,每个质量浓度测定3次,测得结果见习题表1.1。

习题表 1.1 习题 1.12 中不同浓度标准溶液的吸收率测得值

质量浓度 / $(\text{mg}\cdot\text{L}^{-1})$	吸收率		
	1	2	3
0.1	0.028	0.029	0.029
0.3	0.084	0.083	0.081
0.5	0.135	0.131	0.133
0.7	0.180	0.181	0.183
0.9	0.215	0.230	0.216

(1)假定溶液的吸光率  $A$  与标准溶液的质量浓度  $\rho$  之间存在线性关系

$$A = b_1\rho + b_2$$

请根据题表 1.1 中的测量数据确定直线参数  $b_1$  与  $b_2$ 。

(2)现对待测溶液进行了两次原子吸收测量,根据(1)中吸光率与质量浓度的关系求得待测溶液中镉的质量浓度为  $\rho(\text{Cd}) = 0.26 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$ 。假定标准溶液配制过程中的不确定度可以忽略,请计算测量结果  $\rho(\text{Cd})$  的标准不确定度与标准相对不确定度。

1.13 衡量传感器静态特性的主要指标有哪些?各自的含义为何?

1.14 什么是传感器的动态特性?一阶传感器和二阶传感器各有哪些典型动态特性指标?含义为何?

1.15 某压力传感器的校验数据见习题表 1.2。试用最小二乘法求取其线性度,并计算迟滞和重复性误差。

习题表 1.2 习题 1.15 中的校验数据表

压力/MPa	输出值/mV					
	第 1 循环		第 2 循环		第 3 循环	
	正行程	反行程	正行程	反行程	正行程	反行程
0	-2.70	-2.71	-2.71	-2.68	-2.68	-2.69
0.02	0.58	0.66	0.61	0.67	0.65	0.69
0.04	3.95	4.06	3.99	4.07	4.03	4.10
0.06	7.38	7.48	7.45	7.53	7.43	7.55
0.08	10.88	10.92	10.87	10.93	10.94	10.98
0.10	14.40	14.40	14.45	14.45	14.47	14.47

1.16 用一个一阶系统测量 100 Hz 的正弦信号,如幅值误差限制在 5%之内,则时间常数应取多少?若用该系统测试 50 Hz 的正弦信号,则此时的振幅误差和相位差为多少?

1.17 什么是传感器的标定和校准?两者有何区别?为什么要进行标定?

1.18 何谓传感器的静态标定和动态标定?试说明传感器的静态标定过程。

1.19 已知某水银温度计的输入输出微分方程为

$$4dy/dx + 2y = 2 \times 10^3 x$$

其中,  $y$  为汞柱高度,  $m$ ;  $x$  为被测温度,  $^{\circ}\text{C}$ 。

(1)写出该水银温度计的传递函数。

(2)试求该水银温度计的时间常数及静态灵敏度。

(3)若被测物体的温度按频率为 0.5 Hz 的正弦函数规律波动,试求此时传感器的输出信号的振幅误差与相角误差。

1.20 现有两个加速度传感器,均可视为二阶系统处理。其中一个的固有频率为 25 kHz,另一个为 35 kHz,阻尼比均为 0.3。若待测加速度是频率为 10 kHz 的正弦振动信号,应选用哪一个传感器进行测量?此时测量的振幅误差和相位误差分别为多少?

## 第 2 章

# 力学量传感与测量

力学量传感与测量所涉及的范围非常广泛,在科研、工程设计与生产实际中起着重要的作用。例如,在设计过程中,有大量的基础数据需要用实验测量的方法获取,设计完成后的装置的工作精度和可靠性也需通过实验来验证。测力是机械加工、冶金、交通、国防等部门必不可少的一项工作内容,如桥梁应力、机车牵引力、火箭推力等的测量及自动化过程中各种力值的在线检测等。力学量所包含的参数很多,本章重点介绍力学量中最为常用的压力、力、位移及质量的传感与测量。

### 2.1 压力传感器与压力测量

工程术语中的压力就是物理学中的压强,亦即流体或固体垂直作用在单位面积上的力。压力按时间变化特征分为静态压力和动态压力。根据参考点的变化,压力有以下几种表述方式:

(1)大气压力。大气压力指地球表面上的空气质量所产生的压力,由所在地的海拔、纬度和气象条件所决定。

(2)绝对压力。绝对压力指流体介质所处空间的全部压力,即以绝对零压力为参考点所测量的压力。

(3)表压力。表压力指绝对压力与当地大气压力之差。

(4)负压(真空)。负压指用绝对压力来表示,绝对压力低于当地大气压力时表压呈负压,其值为当地大气压力与绝对压力之差。

(5)压差。压差指两压力之间的差值。压力的国际标准单位是 Pa(帕), $1 \text{ Pa}=1 \text{ N/m}^2$ , $1$  个标准大气压 $=101\ 325 \text{ Pa}=1.033\ 23$  工程大气压。

其他压力单位与标准压力单位的换算关系见表 2.1.1。

表 2.1.1 其他压力单位与标准压力单位的换算关系

单位名称	单位代号	与标准压力单位的换算关系
巴	bar	$1 \text{ bar}=10^5 \text{ Pa}(0.1 \text{ MPa})$
标准大气压	atm	$1 \text{ atm}=101\ 325 \text{ Pa}$
毫米水柱	mmH <sub>2</sub> O	$1 \text{ mmH}_2\text{O}=9.80\ 665 \text{ Pa}$
毫米汞柱	mmHg	$1 \text{ mmHg}=133.322\ 4 \text{ Pa}$
工程大气压	at	$1 \text{ at}=98\ 066.5 \text{ Pa}$

压力的测量方法有多种。可以采用弹性体的弹性变形并计算相应的挠曲力来完成；也可以通过将待测压力与细柱状液体或固体重量进行比较测量；还可将压力变换成电阻阻值变化、压电性能变化、液体体积或磁场分布变化等其他物理量来进行测量。

压力传感器是工业实践中最为常用的一种传感器，在石油、化工、航空、汽车、船舶、建筑、医学、军事等方面得到广泛的应用。

### 1. 压电式压力传感器的工作原理

如图 2.1.1 所示，当沿着某些介质的一定方向对其施加力而使其产生形变时，介质内部就产生极化，即在它的两个表面上产生极性相反的电荷，当外力去掉后，又重新回到不带电状态，当作用力方向改变时，电荷极性也随之改变。这种将机械能转换为电能的现象称为压电效应，或称为正压电效应。相反，若在这些介质的极化方向上施加电场，介质将产生形变，这种现象称为逆压电效应，或称为电致伸缩效应。

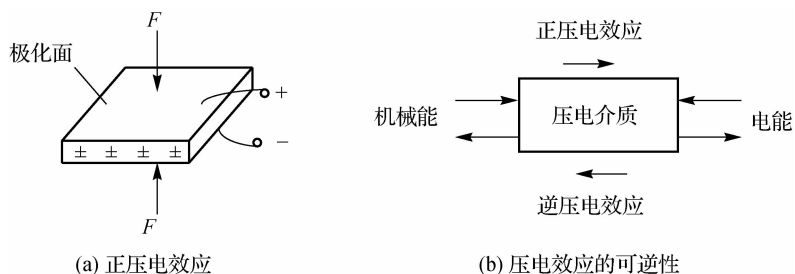


图 2.1.1 压电效应

在自然界中，大多数晶体具有压电效应，但效应非常微弱，只有明显呈现压电效应的敏感功能材料才称为压电材料。常用的压电材料有压电单晶体，如石英、酒石酸钾钠等；多晶压电陶瓷，如钛酸钡、锆钛酸铅、铌镁酸铅等。此外，聚偏二氟乙烯(PVDF)作为一种新型的高分子物性型传感材料也得到广泛的应用。

### 2. 压电材料的工作机理

常用的压电材料主要有三类：压电晶体(单晶)、压电陶瓷(多晶半导瓷)和新型压电材料(包括压电半导体和有机高分子压电材料)。

#### 1) 压电晶体

由晶体特性可知，无对称中心的晶体都具有压电效应，石英晶体是最典型和常用的一种压电晶体，如图 2.1.2 所示。图 2.1.2(c)所示为石英晶体切片，当沿着其电轴( $x$ 轴)方向施加作用力  $F_x$  时，则在与电轴垂直的平面上产生电荷  $Q_x$ ，其大小为

$$Q_x = d_{11} F_x \quad (2.1.1)$$

式中， $d_{11}$  为压电系数，C/N。

当沿着其机械轴( $y$ 轴)方向施加作用力  $F_y$  时，则仍在与电轴垂直的平面上产生电荷  $Q_y$ ，其大小为

$$Q_y = d_{12} \frac{a}{b} F_y = -d_{11} \frac{a}{b} F_y \quad (2.1.2)$$

式中， $a$  和  $b$  分别为晶体切片的长度和厚度； $d_{12}$  为机械轴受力时的压电系数，石英轴对称时有  $d_{12} = -d_{11}$ 。

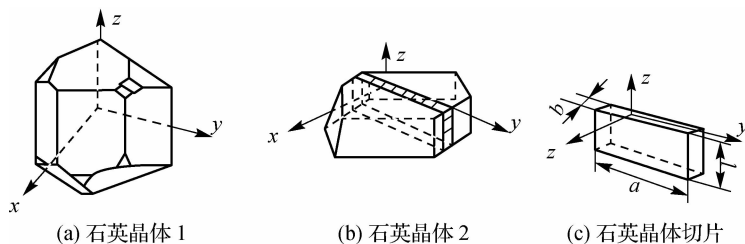


图 2.1.2 石英晶体

在一个晶体单元中,有 3 个硅离子  $\text{Si}^{4+}$  和 6 个氧离子  $\text{O}^{2-}$ , 后者是成对的, 所以一个硅离子和两个氧离子交替排列。当没有力作用时,  $\text{Si}^{4+}$  和  $\text{O}^{2-}$  在垂直于晶体  $z$  轴上的投影恰好等效为正六边形排列, 如图 2.1.3(a) 所示。这时, 正负离子正好分布在正六边形的顶角上, 呈现电中性。如果沿  $x$  方向压缩, 如图 2.1.3(b) 所示, 则硅离子 1 被挤入氧离子 2 和 6 之间, 而氧离子 4 被挤入硅离子 3 和 5 之间, 结果表面 A 上呈现负电荷, 而在表面 B 上呈现正电荷。这一现象称为纵向压电效应。

若沿  $y$  方向压缩, 如图 2.1.3(c) 所示, 硅离子 3 和氧离子 2, 以及硅离子 5 和氧离子 6 都向内移动同样的数值, 故在电极 C 和 D 上不呈现电荷, 而在表面 A 和 B 上, 即在  $x$  轴的端面上又呈现电荷, 但与图 2.1.3(b) 的极性正好相反, 这时称为横向压电效应。从研究的模型同样可以看出: 如果是使其伸长而不是压缩, 则电荷的极性正好相反。总之, 石英等单晶体材料是各向异性的物体, 在  $x$  轴向或  $y$  轴向施力时, 在与  $x$  轴垂直的面上产生电荷, 电场方向与  $x$  轴平行, 在  $z$  轴方向施力时, 不能产生压电效应。

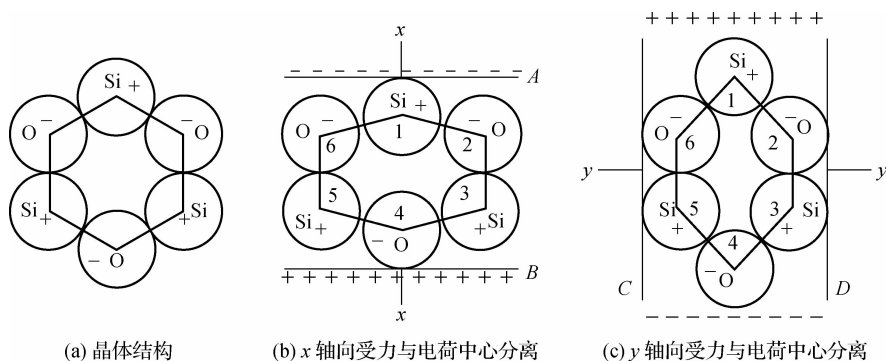


图 2.1.3 石英晶体压电效应

石英晶体压电系数和介电系数的温度稳定性好, 常温下几乎不变, 在  $20 \sim 200\text{ }^\circ\text{C}$ , 其压电系数变化率仅为  $-0.016\%$ ; 机械强度和品质因数高, 允许应力高达  $6.8 \times 10^7 \sim 9.8 \times 10^7\text{ Pa}$ , 刚度大, 动态特性好; 居里温度达  $573\text{ }^\circ\text{C}$ , 无热释电性, 绝缘性和重复性好。

### 2) 压电陶瓷

压电陶瓷属于人工制造的多晶压电材料, 其内部由无数细微的电畴组成。这些电畴实际上是自发极化的小区域, 自发极化的方向完全是任意排列的, 未极化处理前, 各个电畴随机分布, 它们的极化效应互相抵消, 此时材料无极化效应, 呈电中性, 不具有压电性质, 如图 2.1.4(a) 所示。

要使压电陶瓷具备压电效应, 必须对其进行极化处理。极化处理就是在一定温度下对

压电陶瓷施加强电场,这是因为陶瓷内部的电畴的极化方向在外电场作用下都趋于电场的方向,如图 2.1.4(b)所示,这个方向就是压电陶瓷的极化方向,此时压电陶瓷就具备了压电性能。压电陶瓷的极化过程与铁磁材料的磁化过程极其相似。经过极化处理的压电陶瓷,在外电场去掉后,其内部仍存在着很强的剩余极化强度。当压电陶瓷受外力作用时,电畴的界限发生移动,因此剩余极化强度将发生变化,压电陶瓷就呈现出压电效应。

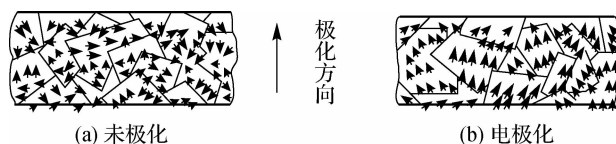


图 2.1.4 压电陶瓷钛酸钡的极化

### 3) 新型压电材料

(1) 压电半导体。压电半导体材料有硫化锌(ZnS)、硫化镉(CdS)、氧化锌(ZnO)、碲化镉(CdTe)、碲化锌(ZnTe)和砷化镓(GaAs)等。这些材料的显著特点是既有压电特性,又有半导体特性。因此,既可用其压电特性研制传感器,又可用其半导体特性制作电子器件,也可合二为一,集敏感元件与电子电路于一体,构成数字压电传感器。

(2) 有机高分子压电材料。一类有机高分子压电材料是某些合成高分子聚合物,经延展拉伸和电极化后形成具有压电性的高分子压电薄膜,如聚氟乙烯(PVF)、聚偏二氟乙烯(PVDF)、聚氯乙烯(PVC)等。

PVDF 压电薄膜的压电灵敏度很高,比 PZT 压电陶瓷大 17 倍,且在  $10^{-5}$  Hz~500 MHz 都具有良好的响应特性。此外,它还具有机械强度高、柔软、耐冲击、易加工成大面积元件和阵列元件等特点。PVDF 应用很广泛。利用它的拉伸或弯曲压电效应,可以做成扬声器、耳机和微音器等;利用它的声阻抗与人体组织的声阻抗十分接近的特性,可以做成脉搏计、血压计、起搏器和胎心探测器等;利用它的声阻抗与水的声阻抗很接近的特性,可以做成探测水下物体的传感器;利用其柔软、灵敏度高的特性,可以做成大面积的传感器和阵列器件,如人造皮肤等。

作为敏感元件,对压电材料的要求是:具有大的压电系数;机械强度高,刚度大,以便获得高的固有频率;高电阻率和大介电常数;高的居里温度;温度、湿度和时间稳定性好。常用压电材料的性能见表 2.1.2。

表 2.1.2 常用压电材料的性能

性能	材料				
	石英	钛酸钡	锆钛酸铅 PZT-4	锆钛酸铅 PZT-5	锆钛酸铅 PZT-8
压电系数/ $\text{pC} \cdot \text{N}^{-1}$	$d_{11}=2.31$ $d_{14}=0.73$	$d_{15}=260$ $d_{31}=-78$ $d_{33}=190$	$d_{15}=410$ $d_{31}=-100$ $d_{33}=230$	$d_{15}=670$ $d_{31}=-185$ $d_{33}=600$	$d_{15}=330$ $d_{31}=-90$ $d_{33}=200$
相对介电常数( $\epsilon_r$ )	4.5	1 200	1 050	2 100	1 000

性能	材料				
	石英	钛酸钡	锆钛酸铅 PZT-4	锆钛酸铅 PZT-5	锆钛酸铅 PZT-8
居里温度/℃	573	115	310	260	300
密度/ $10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	2.65	3.5	7.45	7.5	7.45
弹性模量/ $10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$	80	110	83.3	117	123
机械品质因数	$10^5 \sim 10^6$	300	$\geq 500$	80	$\geq 800$
最大安全应力/ $10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$	95~100	81	76	76	83
体积电阻率/ $\Omega \cdot \text{m}^{-1}$	$> 10^{12}$	$10^{10}$ (25℃)	$> 10^{10}$	$10^{11}$ (25℃)	
最高容许温度/℃	550	80	250	250	
最高容许湿度	100%	100%	100%	100%	

### 3. 压电传感器的等效电路与测量电路

#### 1) 压电传感器的等效电路

压电片加上电极构成了最简单的压电式传感器。当压电片受到沿其敏感轴向的外力作用时,就在两电极上产生极性相反、电荷量相等的电荷,因此它相当于一个电荷源(静电发生器)。由于压电晶体是绝缘体,当它的两极表面聚集电荷时,它又相当于一个电容器,其电容为

$$C_a = \frac{\epsilon S}{h} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{h} \quad (2.1.3)$$

式中, $S$ 为极板面积; $h$ 为压电片厚度; $\epsilon$ 为介质介电常数; $\epsilon_0$ 为空气介电常数,其值为 $8.86 \times 10^{-4} \text{ F/cm}$ ;  $\epsilon_r$ 为压电材料的相对介电常数,由材料性质决定。

压电传感器既可等效为电荷源又可等效为电容器,其等效电路可认为是二者的并联,如图 2.1.5(a)所示,也可认为是一个电压源和一个电容器串联,如图 2.1.5(b)所示。压电传感器也可看作是一个与电容器串联的电压源,其开路电压(假设负载电阻为无穷大)为

$$U = \frac{Q}{C_a} \quad (2.1.4)$$

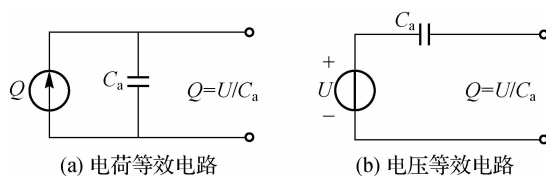


图 2.1.5 压电传感器等效电路

压电传感器与测量仪表配套使用时,还需考虑压电片的漏电阻  $R_a$ 、传感器电缆电容  $C_c$ 、放大器输入电阻  $R_i$  和输入电容  $C_i$ ,此时的等效电路如图 2.1.6 所示。



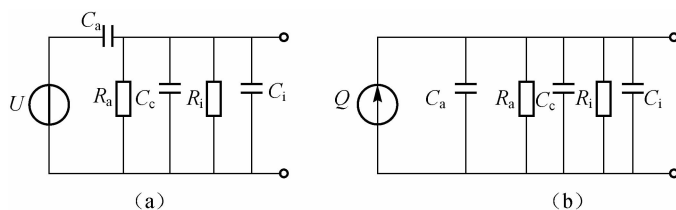


图 2.1.6 压电传感器测量系统等效电路

单片压电晶片难以产生足够的表面电荷,为提高传感器的灵敏度,在压电传感器中,常采用两片或两片以上压电晶片组合在一起使用。由于压电晶体是有极性的,因而两片压电晶体构成的传感器有串联和并联两种接法,如图 2.1.7 所示。图 2.1.7(a)所示为压电晶片串联形式,由图可知极板上电荷量  $Q' = Q$ ,电压  $U' = 2U_a$ ,电容  $C' = C_a/2$ 。图 2.1.7(b)所示为压电晶片并联形式,由图可知极板上的电荷量  $Q' = 2Q$ ,电压  $U' = U_a$ ,电容  $C' = 2C_a$ 。

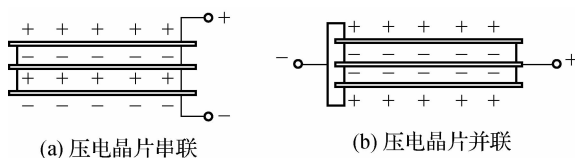


图 2.1.7 压电晶体的组合方式

由上述讨论可知,串联接法输出电压大,传感器本身电容小,适用于电压作为输出信号且测量电路输入阻抗很高的场合;并联接法输出电荷大,传感器本身电容也大,适用于电荷作为输出信号和被测量缓慢变化的场合。

### 2) 压电传感器的测量电路

压电传感器的输出信号微弱,并且本身的内阻抗很高,所以测量电路通常有一个高输入阻抗的前置放大器,其作用一是进行阻抗变换,将传感器的高输出阻抗变换成低输出阻抗;二是将传感器输出的微弱信号放大。

压电传感器具有两种等效电路:电荷等效电路和电压等效电路,因此前置放大器也有两种形式,即电压放大器和电荷放大器。

(1)电压放大器。电压放大器的功能是将压电传感器的高输出阻抗变换为较低阻抗,并将压电传感器的微弱电压信号放大。其等效电路如图 2.1.8 所示。

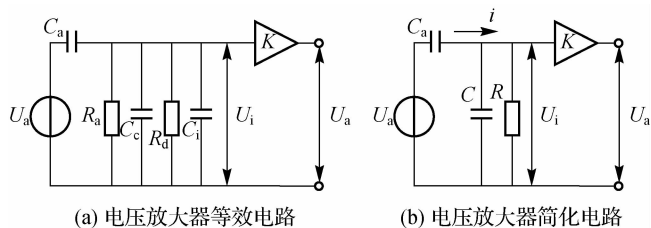


图 2.1.8 传感器与电压前置放大器连接的等效电路

放大器的实际输入电压  $U_{im}$  与理想情况的输入电压  $U_{am}$  的幅值比为

$$\frac{U_{im}}{U_{am}} = \frac{\omega R(C_a + C_c + C_i)}{\sqrt{1 + (\omega R)^2(C_a + C_c + C_i)^2}} \quad (2.1.5)$$

令  $\tau = R(C_a + C_c + C_i)$ , 则

$$\frac{U_{im}}{U_{am}} = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \quad (2.1.6)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \arctan \omega\tau \quad (2.1.7)$$

式中,  $\tau$  为测量回路的时间常数。由式(2.1.6)和式(2.1.7)绘出电压幅值比、相角与频率的关系曲线如图 2.1.9 所示。从图中可以得出如下结论:

① 当作用在压电传感器上的力是静态力, 即  $\omega = 0$  时, 前置放大器的输入电压为零。原因是放大器的输入阻抗不是无穷大, 压电传感器也不是绝对绝缘, 传感器产生的电荷就会通过放大器的输入电阻和传感器本身的漏电阻消耗。压电式传感器工作原理表明其不能用于静态物理量测量。

② 当  $\omega\tau \geq 3$  时, 放大器的输入电压与作用力的频率近似无关。在时间常数  $\tau$  一定的条件下, 被测物理量的变化频率越高, 则放大器的输入电压越接近理想情况。说明压电传感器具有优良的高频响应特性, 这是压电传感器的一个突出特点。

③ 要改善传感器的低频特性, 就要增大回路的时间常数  $\tau$ 。由于  $\tau = R(C_a + C_c + C_i)$ , 所以提高  $\tau$  有两种方法: 提高  $R$  和提高  $(C_a + C_c + C_i)$ 。

当增加测量回路的电容量时, 会影响到传感器的灵敏度, 传感器的灵敏度为

$$S_v = \frac{U_{im}}{F_{im}} = \frac{d_{33}}{\sqrt{1 + (\omega R)^2(C_a + C_c + C_i)^2}} \quad (2.1.8)$$

式中,  $F_{im}$  为作用在压电元件上的力的幅值。当  $\omega R \ll 1$  时, 有

$$S_v = \frac{d_{33}}{C_a + C_c + C_i} \quad (2.1.9)$$

由式(2.1.9)可知,  $(C_a + C_c + C_i)$  增大, 则传感器的灵敏度将下降, 因此只能通过提高  $R$  的方法来增大传感器的时间常数。传感器本身的绝缘电阻一般都很大, 所以回路中的电阻主要由前置放大器的输入电阻决定, 为了提高  $R$ , 需要选择输入阻抗高的放大器。压电传感器一般都采用专门的前置放大器来满足阻抗匹配的要求。

由式(2.1.9)也可知, 信号传输电缆分布电容的改变将会直接影响传感器的灵敏度。在设计时, 常常把电缆长度定为一个常值, 但也不能太长, 电缆增长, 电缆电容  $C_c$  随之增大, 将使传感器的灵敏度  $S_v$  降低。解决电缆问题的方法是将放大器装入压电传感器中。这样, 引线电容几乎可以不计, 就消除了电缆长度的变化对传感器灵敏度的影响。

电压放大器的特点是元件少, 电路相对简单, 成本低, 工作可靠, 但电缆会对传感器的精度造成影响, 使用时需多加注意。

(2) 电荷放大器。电荷放大器是一种输出电压与输入电荷量成正比的前置放大器。压电传感器可以等效为一个电容器  $C_a$  和一个电荷源, 而电荷放大器实际上是一个具有深度电容负反馈的高增益运算放大器。压电传感器与电荷放大器连接的等效电路如图 2.1.10 所

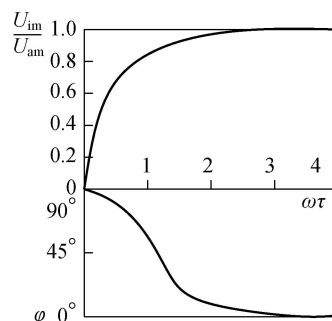


图 2.1.9 电压幅值比、相角与频率的关系曲线

示。图中,  $C_f$  为电荷放大器的反馈电容;  $R_f$  为并联在反馈电容两端的漏电阻;  $K$  为运算放大器的开环增益。

电荷放大器的输出电压仅与输入电荷和反馈电容有关, 只要保持反馈电容的数值不变, 输出电压就正比于输入电荷。当  $(1+K)C_f > 10(C_a + C_c + C_i)$  时, 可以认为传感器的灵敏度与电缆电容无关。放大器的输入级采用场效应晶体管, 所以输入阻抗极高, 可以认为放大器的输入端电流为零, 传感器所产生的电荷  $Q$  只对反馈电容  $C_f$  充电, 放大器的输出电压  $U_o$  近似等于充电电压  $U_{C_f}$ , 即

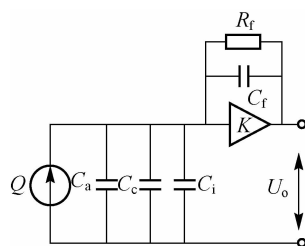


图 2.1.10 电荷放大器等效电路

$$U_o \approx U_{C_f} = \frac{Q}{C_f} \quad (2.1.10)$$

由式(2.1.10)可知, 电荷放大器的输出电压仅与电荷  $Q$  和反馈电容  $C_f$  有关, 而与电缆电容及放大器的放大倍数等均无关。所以只要保持反馈电容  $C_f$  不变, 放大器的输出电压就与传感器产生的电荷呈线性关系。

在实际线路中采用的运算放大器开环增益为  $10^4 \sim 10^6$  数量级, 反馈电容  $C_f$  一般不小于 100 pF。选择不同容量的反馈电容, 可以改变前置级的输出大小, 考虑到电容负反馈线路在直流工作时相当于开路状态, 因此对电缆噪声比较敏感, 放大器的零漂也比较大。为了减小零漂, 提高放大器的工作稳定性, 一般在反馈电容的两端并联一个大电阻  $R_f$  ( $10^{10} \sim 10^{14} \Omega$ ) 来提供直流反馈。

#### 4. 典型压电式压力传感器

压电式压力传感器的结构类型很多, 但其基本原理是通过弹性膜、盒等, 将压力收集转换成力, 再传递给压电元件。为保证静态特性及其稳定性, 通常采用石英晶体作为压电元件。在结构设计中必须注意以下几点:

(1) 确保弹性膜片与后接传力件间有良好的面接触, 接触不良会造成滞后或线性恶化, 影响动态特性。

(2) 传感器基体与壳体要有足够的刚度, 以保证被测压力尽可能传递到压电元件上。

(3) 压电元件的振动模式选择要考虑到频率覆盖: 弯曲(0.4~100 kHz); 压缩(40 kHz~15 MHz); 剪切(100 kHz~125 MHz)。

(4) 力的元件尽量采用高音速材料和扁薄结构, 以利于快速、无损地传递弹性元件的弹性波, 提高动态性能。

(5) 考虑加速度、温度下的环境干扰的补偿。

##### 1) 压电式压力传感器

如图 2.1.11 所示, 压缩式石英晶片组通过薄壁厚底的弹性套筒施加预载, 其厚底起着传力件的作用。被测压力通过膜片与预紧筒传递给压电组件。在压电组件与膜片间垫有由铁镍和铍青铜两种材料组成的温度补偿片, 用来补偿长时间缓变(尤其在低频测量时)的热干扰对弹性套筒预载的影响。在压电组件上方安装有高密度合金质量块, 以及初极性相反的加速度补偿晶片, 用以减小环境加速度干扰。这种传感器量程大( $0 \sim 2.5 \times 10^7$  Pa), 工作温度范围宽( $-150 \sim +240$  °C), 温度误差小( $0.02\% / ^\circ\text{C}$ ), 加速度误差小( $4 \times 10^{-7} \text{ m/s}^2$ )。

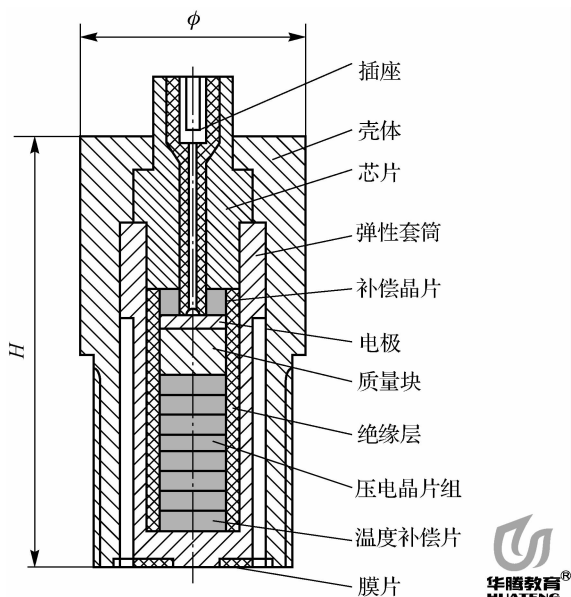


图 2.1.11 压电式压力传感器结构原理图

### 2) 压电式血压传感器

图 2.1.12 所示为血压计采用的两种不同形式的压电式血压传感器。图 2.1.12(a) 所示采用了 PZT-50H 压电陶瓷, 为双晶片悬梁结构。双晶片极化方向相反, 并联连接。在敏感振膜中央上下两侧各胶粘有半圆柱塑料块。被测脉动血压通过上塑料块、振膜、下塑料块传递到压电悬梁的自由端, 压电悬梁弯曲变形产生的电荷经过前置电荷放大器输出。图 2.1.12(b) 所示是采用复合材料的压电式血压传感器结构。压电元件为掺杂了 PZT 陶瓷的 PVF<sub>2</sub> 复合压电薄膜。它的韧性好, 易与皮肤吻合, 力阻抗与人体匹配, 可消除外界脉动干扰。这种传感器结构简单, 组装容易, 体积小, 可靠耐用, 输出再现性好, 适用于人体脉压、脉率的检测或脉波再现, 是电子血压计的关键部分。

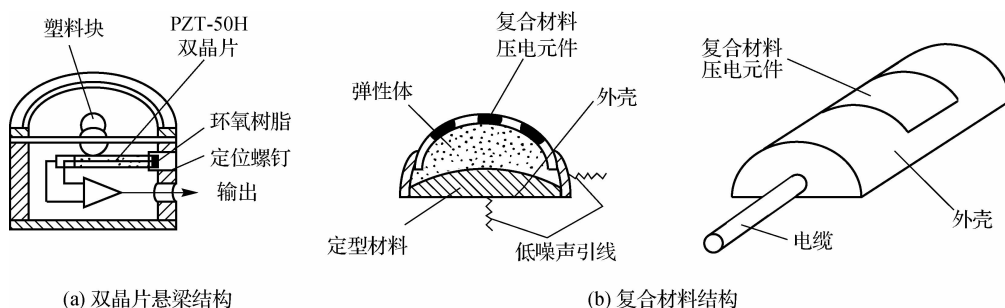


图 2.1.12 压电式血压传感器

## 2.2 力敏传感器与力的测量

力是一个物体对另一个物体的作用, 物体间力的作用是相互的。力可以改变物体的运动状态, 可以使物体发生形变。但力不能直接观察, 也不能直接测量。对力的测量通常要转

化成对其他物理量的测量,如应变、位移、电阻、电感、电容或压力等。

### 2.2.1 电阻应变式传感器

电阻应变式传感器的核心元件是电阻应变片,将应变片粘贴到不同的弹性敏感元件上,可构成测量力、力矩、位移、加速度、温度等参数的传感器。所以,电阻应变式传感器不仅能进行应变测量,而且可以对能变换为应变的其他物理量进行测量。尽管电阻应变式传感器早在20世纪40年代就已批量生产,并且各种新型传感器不断涌现,但电阻应变式传感器以其优越的性能仍是检测技术中的一个重要的检测元件,广泛应用于工程和科学研究,如机械、建筑、化工、航天航空、电气控制和医学等领域。电阻应变式传感器的主要特点如下:

(1)测量精度高,使用范围广。测量系统误差可控制在1%以内,静态测量精度可达0.1%,动态测量精度可达1%。

(2)结构简单,体积小、质量轻。应变片对被测对象的工作状态和应力分布的影响很小。

(3)惯性小,频率响应特性好。金属电阻应变式传感器的响应时间为 $10^{-7}$  s,半导体电阻应变式传感器的响应时间可达 $10^{-11}$  s,可测得0~500 kHz的动态应变。

(4)可在各种恶劣环境下工作。电阻应变式传感器能在高温、低温、高压、高速、强烈振动、强磁场、核辐射及化学腐蚀等环境中正常工作。

(5)有较高的性能价格比,品种多,规格齐,便于选用。

#### 1. 电阻应变片式传感器的工作原理

##### 1) 金属的应变效应

金属导体材料在外力作用下发生机械形变时,其电阻值随着所受机械形变(伸长或缩短)而发生变化的现象,称为金属的应变效应,如图2.2.1所示。设一段金属丝的长度为 $L$ ,半径为 $r$ ,截面积为 $S$ ,电阻率为 $\rho$ ,其未受力时的电阻为 $R$ ,则

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (2.2.1)$$

如果金属丝沿轴向方向受拉力 $F$ 而产生形变,其长度 $L$ 变化 $dL$ ,截面积 $S$ 变化 $dS$ ,电阻率 $\rho$ 变化 $d\rho$ ,因而引起电阻 $R$ 变化 $dR$ 。将式(2.2.1)两边取对数并微分可得

$$\frac{dR}{R} = \frac{dL}{L} - \frac{dS}{S} + \frac{d\rho}{\rho} \quad (2.2.2)$$

因为 $S = \pi r^2$ ,所以有

$$\frac{dS}{S} = 2 \frac{dr}{r} \quad (2.2.3)$$

式(2.2.2)中, $\frac{dL}{L} = \epsilon$ 为金属丝轴向相对变化,即轴向应变;而 $\frac{dr}{r}$ 为电阻丝径向相对变化,即径向应变。由材料力学可知,在弹性范围内,材料的径向应变与轴向应变的关系为

$$\frac{dr}{r} = -\mu \frac{dL}{L} = -\mu \epsilon \quad (2.2.4)$$

式中, $\mu$ 为电阻丝材料的泊松系数,负号表示两个变化方向总是相反的。

将式(2.2.3)、式(2.2.4)代入式(2.2.2),整理得

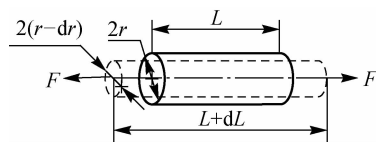


图 2.2.1 金属导体的应变效应

$$\frac{dR}{R} = (1+2\mu)\epsilon + \frac{d\rho}{\rho} \quad (2.2.5)$$

金属导体的电阻率相对变化与其本身的体积相对变化存在如下关系:

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V} \quad (2.2.6)$$

式中,  $V$  为金属导体的体积;  $C$  为由材料性质和材料加工方式所决定的常数。由  $V=LS$  可得

$$\frac{dV}{V} = \frac{dL}{L} + \frac{dS}{S} = (1-2\mu)\epsilon \quad (2.2.7)$$

将式(2.2.7)代入式(2.2.6),再代入式(2.2.5),电阻的变化以增量表示,得

$$\frac{dR}{R} = [(1+2\mu) + C(1-2\mu)]\epsilon = K_m\epsilon \quad (2.2.8)$$

式中,  $K_m = [(1+2\mu) + C(1-2\mu)]$  为金属材料的应变灵敏系数。

从  $K_m$  的表达式可以看到,金属材料的应变灵敏系数由两部分组成。第一部分  $(1+2\mu)$  是因金属丝受力后,材料的几何尺寸发生变化所引起的;第二部分  $C(1-2\mu)$  是因材料产生形变后,其自由电子数量和活动能力都发生变化,使材料的电阻率改变,导致电阻值发生变化。金属材料的  $\mu$  值一般为 0.3 左右,所以  $1+2\mu \approx 1.6$ 。 $C$  值是由材料决定的,如康铜,  $C \approx 1$ ,  $C(1-2\mu) \approx 0.4$ , 所以其  $K_m$  在 2.0 左右。其他金属或合金材料的  $K_m$  值为 1.8~4.8。

### 2) 半导体材料的应变效应

锗、硅等半导体材料同样具有应变压阻效应,与金属材料不同的是当半导体材料受到应变时,其电阻率的变化可表述为

$$\frac{d\rho}{\rho} = \pi\sigma = \pi E\epsilon \quad (2.2.9)$$

式中,  $\pi$  为半导体材料在受力方向的压阻系数;  $\sigma$  为作用于材料的轴向应力;  $E$  为半导体材料的弹性模量。

将式(2.2.9)代入式(2.2.5),可得

$$\frac{dR}{R} = [(1+2\mu) + \pi E]\epsilon = K_s\epsilon \quad (2.2.10)$$

式中,  $K_s = [(1+2\mu) + \pi E]$  为半导体材料的应变灵敏系数。

从  $K_s$  表达式可以看到,半导体材料的应变灵敏系数由两部分组成。第一部分  $(1+2\mu)$  是由于受力后尺寸变化产生,第二部分  $\pi E$  是由半导体材料的压阻效应所致,而  $\pi E \gg (1+2\mu)$ ,  $K_s \approx \pi E$ , 所以半导体材料的应变电阻效应主要是压阻效应所致。

### 3) 电阻应变片的结构与材料

电阻应变片(简称应变片或应变计)粘贴于弹性体表面或者直接粘贴于被测试件上,弹性体或试件的变形通过基底和黏结剂传递给敏感栅,使其电阻值发生相应的变化。将电阻值的变化通过转换电路转换为电压或电流的变化,即可测量应变。

应变片结构形式多样,但其基本结构大致相同,主要结构形式有丝式和箔式,如图 2.2.2 所示。图 2.2.2(a)中的  $l$  表示栅长,  $b$  表示栅宽,金属应变片主要由敏感栅、基底、引线、盖层和黏结剂等组成。图 2.2.2(b)中的箔式应变片的敏感栅是采用光刻技术刻成的一种很薄的金属箔栅。可根据测量要求制成不同形状的敏感栅,亦可在同一应变片上制成不同数目的敏感栅。

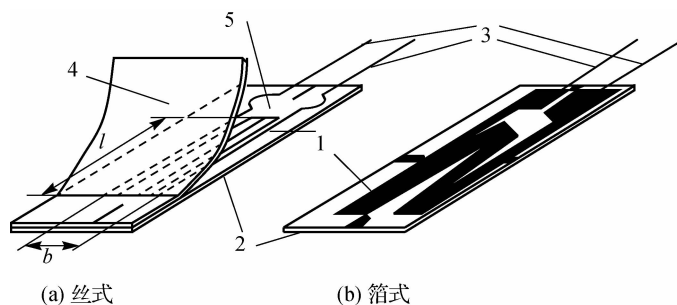


图 2.2.2 典型应变片的结构

1—敏感栅；2—基底；3—引线；4—盖层；5—黏结剂

(1)敏感栅。敏感栅是完成应变与电阻转换的敏感元件,是决定应变片性能的关键部分,其制作方法主要有两种。一是采用金属丝绕成栅状,即用直径为 0.01~0.05 mm 的金属丝做成敏感栅,有回线式和短接式两种。回线式应变片的敏感栅制作简单、性能稳定、成本低、易粘贴,但其圆弧部分参与形变,横向效应较大。短接式应变片的敏感栅平行排列,两端用直径比栅线直径大 5~10 倍的镀银丝短接而成,其优点是在一定程度上克服了横向效应。丝式应变片敏感栅常用的材料有康铜、镍铬合金、卡玛合金、伊文合金、镍铬铁合金、铁铬铝合金及铂、铂钨合金等。二是采用金属箔腐蚀成栅状,金属箔式应变片是利用照相制版或光刻技术,将厚度为 0.003~0.01 mm 的金属箔片制成敏感栅。箔式应变片具有如下优点:可制成多种形状复杂、尺寸准确的敏感栅,其栅长最小可做到 0.2 mm,以适应不同的测量要求;横向效应小;散热条件好,允许电流大,输出灵敏度高;蠕变和机械滞后小,疲劳寿命长;生产效率高,便于实现自动化生产。箔式应变片敏感栅常用的材料有康铜和镍铬合金等。常用敏感栅材料的性能见表 2.2.1。

表 2.2.1 常用敏感栅材料的性能

材料名称	主要成分 /%	灵敏系数 $K_s$	电阻率 $\rho/10^{-6} \Omega \cdot m$	电阻温度系数 $\alpha/10^{-6} \cdot ^\circ C^{-1}$	线膨胀系数 $\beta/10^{-6} \cdot ^\circ C^{-1}$	最高工作 温度/ $^\circ C$
康铜	Cu(55) Ni(45)	2.0	0.45~0.52	$\pm 20$	15	250(静态) 400(动态)
镍铬合金	Ni(80) Cr(20)	2.1~2.3	1.0~1.1	110~130	14	450(静态) 800(动态)
卡玛合金 (6J-22)	Ni(74) Cr(20) Al(3) Fe(3)	2.4~2.6	1.24~1.42	$\pm 20$	13.3	400(静态) 800(动态)
伊文合金 (6J-23)	Ni(75) Cr(20) Al(3) Cu(2)					

续表

材料名称	主要成分 /%	灵敏系数 $K_s$	电阻率 $\rho/10^{-6} \Omega \cdot m$	电阻温度系数 $\alpha/10^{-6} \cdot ^\circ C^{-1}$	线膨胀系数 $\beta/10^{-6} \cdot ^\circ C^{-1}$	最高工作 温度/ $^\circ C$
镍铬铁合金	Ni(36) Cr(8) Fe(53.5) Mo(0.5)	3.2	1.0	175	7.2	230(动态)
铁铬铝合金	Fe(67.4) Cr(25) Al(5) V(2.6)	2.6~2.8	1.3~1.5	$\pm 30 \sim 40$	11	800(静态) 1 000(动态)
铂	Pt(纯)	4.6	0.11	3 740	8.9	
铂钨合金	Pt(91.5) W(8.5)	3.2	0.74	192	9	800(静态)

(2)基底。基底的作用是固定和保持敏感栅的几何形状及相对位置。基底材料主要有纸质、胶质和金属。由于基底起着将试件应变传递到敏感栅的作用,所以基底在保证强度的情况下,应做得尽量薄,一般为 0.02~0.04 mm。

(3)引线。引线的作用是连接应变片与测量电路。通常采用直径为 0.1~0.15 mm 的镀锡铜导线,也可以用和敏感栅同样的材料来制作引线。

(4)盖层。盖层是用纸质或胶质材料覆盖在敏感栅上,使敏感栅免受潮湿、腐蚀或机械冲击等造成损坏,起到保护敏感栅的作用。

(5)黏结剂。在完成应变片的制作后,还需使用黏结剂将应变片粘贴到试件表面的被测部位,黏结剂起着将敏感栅和盖层固定在基底上的作用,应能将试件受力后的应变准确地传递到基底和敏感栅。根据应变片使用的温度不同,常用的黏结剂有适用中、低温和常温的快干胶(501)、聚酯树脂、环氧树脂、酚醛树脂和聚亚胺等;适用高温的磷酸盐、硅酸盐及硼酸盐等。

电阻应变片的结构形式多种多样,如图 2.2.3 所示。对其基本要求是要具有较高且稳定的灵敏系数和较小的电阻温度系数、较高机械强度和抗氧化、耐腐蚀能力。

## 2. 电阻应变片的主要特性

电阻应变片特性是描述其工作性能及其特点的参数或曲线,必须对电阻应变片的特性有充分的了解,才能正确地使用它。

### 1) 电阻值

电阻值  $R_0$  是指应变片在室温环境中,还未安装在试件上且不受力的情况下所测得的电阻值,亦称初始值。电阻应变片(敏感栅)的阻值有 60  $\Omega$ 、120  $\Omega$ 、200  $\Omega$  等系列规格,其中 120  $\Omega$  的最为常用。



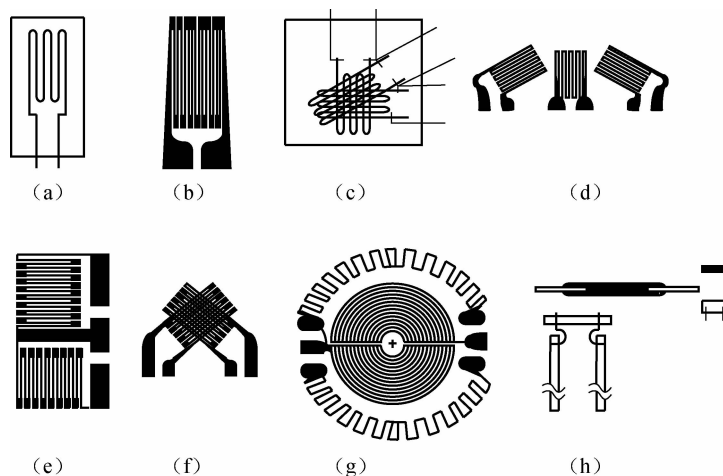


图 2.2.3 电阻应变片的主要结构形式

### 2) 灵敏系数

当具有初始电阻值的应变片粘贴于试件表面时,满足应变片轴向应力与主应力方向一致且试件单向受力的条件,试件受力引起的表面应变,将传递给应变片的敏感栅,使其产生电阻相对变化。实验证明,在一定的应变范围内有下列关系:

$$K = \frac{\Delta R}{\epsilon R} \quad (2.2.11)$$

式中, $\epsilon$  为应变片轴向应变; $K$  为应变片的灵敏系数。

应变片的灵敏系数直接影响到应变的测量,一般要求  $K$  值尽量大而稳定。实验表明,应变片的灵敏系数  $K$  并不等于其敏感栅整长应变丝的灵敏系数  $K_0$ ,一般情况下, $K < K_0$ 。这是因为,在单向应力产生双向应变的情况下, $K$  除受到敏感栅结构形状、成型工艺、黏结剂和基底性能的影响外,还要受到栅端圆弧部分横向效应的影响。

### 3) 横向效应及横向效应系数

金属应变片的敏感栅由轴向纵栅和圆弧横栅两部分组成,如图 2.2.4 所示。

由于试件承受单向应力  $\sigma$  时,其表面在产生轴向拉伸  $\epsilon_x$  的同时也产生横向收缩  $\epsilon_y$ ,二者共同的作用使应变片的电阻发生变化。应变片的这种既受轴向应变影响,又受横向应变影响而引起电阻变化的现象称为横向效应。此时引起总的电阻相对变化为

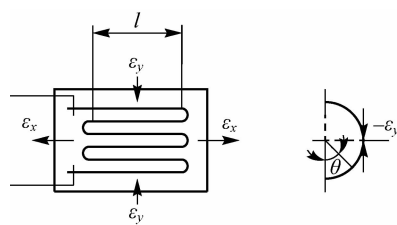


图 2.2.4 电阻应变片横向效应

$$\frac{\Delta R}{R} = K_x \epsilon_x + K_y \epsilon_y = K_x (1 + aH) \epsilon_x \quad (2.2.12)$$

式中, $K_x$  为纵向灵敏系数,它表示当  $\epsilon_y = 0$  时,单位轴向应变  $\epsilon_x$  引起的电阻相对变化; $K_y$  为横向灵敏系数,它表示当  $\epsilon_x = 0$  时,单位横向应变  $\epsilon_y$  引起的电阻相对变化; $a = \epsilon_y / \epsilon_x$ ,为双向应变比,是负值; $H = K_y / K_x$ ,为双向应变灵敏系数比(横向效应系数)。

因为  $\epsilon_x, \epsilon_y$  的符号总是相反的,所以横向效应总是起着减小应变片灵敏系数的作用,同时带来测量误差,必须采取相应措施来减少或消除横向效应。理论分析和实验证明,对于丝

绕式应变片而言,敏感栅的纵栅越长,横栅越短,则横向效应系数越小,如灵敏丝采用短接式、直角式或箔式可有效地克服横向效应。

#### 4) 蠕变和零漂

如图 2.2.5 所示,蠕变  $\epsilon_t$  是指粘贴在试件上的应变片,在恒温恒载条件下,其指示应变量随时间单向变化的特性;零漂  $\epsilon_0$  则是当试件无应变时,指示应变仍会随时间变化的现象。蠕变反映了应变片在长时间工作时的稳定性。引起蠕变的主要原因是制作应变片时内部产生的内应力和工作中出现的剪应力,使丝栅、基底、胶层之间产生滑移所致。选用弹性模量较大的黏结剂和基底材料,适当减薄胶层和基底,并使之充分固化,可改善应变片的蠕变性能。

#### 5) 机械滞后

粘贴在试件上的应变片,在恒温条件下增(减)载、减(增)载试件应变的过程中,对应同一机械应变下的指示应变量之间总有一个差值,如图 2.2.6 所示的  $\Delta\epsilon_j$ ,这种现象称为机械滞后。在应变片使用前,进行反复的预增载和减载,可减小应变片的机械滞后。

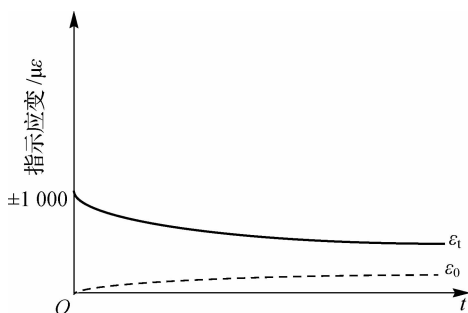


图 2.2.5 应变片的蠕变和零漂特性

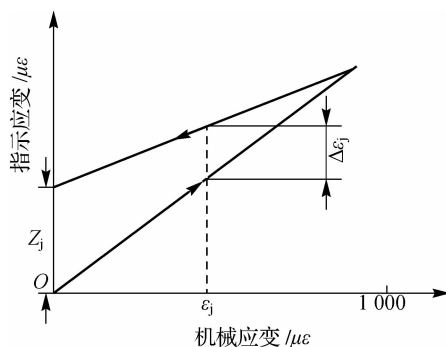


图 2.2.6 应变片的机械滞后特性

#### 6) 应变极限

在温度恒定的条件下,当加载到试件的应变超过某一极限值时,应变片的指示应变值与真实应变值的误差达到 10%,该真实应变值称为应变片的应变极限  $\epsilon_{lim}$ ,如图 2.2.7 所示。

### 3. 金属电阻应变片的温度误差及其补偿

#### 1) 温度误差

上述讨论的金属电阻应变片特性都是假定其工作环境温度恒定的条件下得到的。当电阻应变片工作环境温度发生变化时,应变片的电阻变化与试件应变所造成的电阻变化几乎有相同的数量级,势必产生测量误差。这种由于环境温度变化而给测量带来的附加误差,称为电阻应变片的温度误差,亦称为电阻应变片的热输出。

#### 2) 温度误差产生的原因

金属材料均有热胀冷缩的特性。温度误差的产生原因主要有两点:一是敏感栅材料有电阻温度系数的存在,温度改变将导致应变片电阻值的改变;二是试件材料与敏感栅材料的

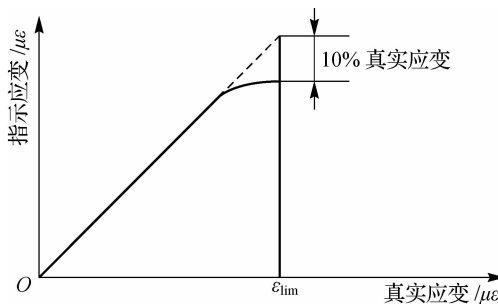


图 2.2.7 应变片的应变极限特性

线膨胀系数不同导致敏感栅产生形变,也使得应变片电阻值改变。

若工作环境温度变化为  $\Delta t$ ,则由此造成的应变片电阻值相对变化为

$$(\Delta R/R)_t = \alpha_t \Delta t + K(\beta_s - \beta_t) \Delta t \quad (2.2.13)$$

式中,  $\alpha_t$  为敏感栅材料的电阻温度系数;  $K$  为应变片的灵敏系数;  $\beta_s, \beta_t$  分别为试件和敏感栅材料的线膨胀系数。

由温度变化所引起的虚假应变(热输出)为

$$\epsilon_t = \frac{(\Delta R/R)_t}{K} = \frac{1}{K} \alpha_t \Delta t + (\beta_s - \beta_t) \Delta t \quad (2.2.14)$$

由温度变化所引起的应力误差为

$$\sigma_t = \epsilon_t E = E \left[ \frac{1}{K} \alpha_t + (\beta_s - \beta_t) \right] \Delta t \quad (2.2.15)$$

由式(2.2.13)可知,虚假应变的产生不仅和环境温度变化有关,还与应变片本身的性能参数( $\alpha_t, K, \beta_t$ )及试件的线膨胀系数( $\beta_s$ )和弹性模量( $E$ )有关。虚假应变带来测量误差,必须采取相应措施进行补偿来保证测量精度。

### 3) 温度补偿

(1) 单丝自补偿法。由式(2.2.14)可知,要使热输出  $\epsilon_t$  为零,则要满足条件

$$\alpha_t = -K(\beta_s - \beta_t) \quad (2.2.16)$$

对于确定的敏感栅材料,其  $K, \alpha_t$  和  $\beta_t$  是定值,所以该方法的关键是选择相匹配的试件(合适的  $\beta_s$ )使满足式(2.2.16),电阻应变片式传感器就可在一定范围内自身实现温度补偿。该方法的特点是原理简单、制造和使用方便,但有较大的局限性,即一种  $\alpha_t$  值的敏感栅只能用在一种确定的试件上。

(2) 双丝自补偿法。如图 2.2.8 所示,该方法是应变片采用两种不同温度系数(一正一负)的敏感栅串接而成。应变片敏感栅电阻  $R$  是两段敏感栅电阻  $R_a$  和  $R_b$  之和,当工作环境温度变化时,这种补偿方法实现的条件是两段敏感栅电阻的变化量  $\Delta R_{at}$  和  $\Delta R_{bt}$  大小相等,方向相反。 $R_a$  和  $R_b$  的值可由式(2.2.17)确定。

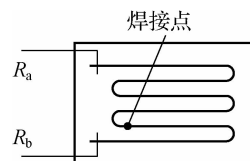


图 2.2.8 双丝自补偿法

$$\frac{R_a}{R_b} = -\frac{\Delta R_{bt}/R_b}{\Delta R_{at}/R_a} = -\frac{\alpha_b + K_b(\beta_s - \beta_b)}{\alpha_a + K_a(\beta_s - \beta_a)} \quad (2.2.17)$$

双丝自补偿法优于单丝自补偿法,在工作温度范围内,补偿效果可达  $\pm 0.14 \mu\epsilon/^\circ\text{C}$ ,但也只能在特定的试件上使用。

(3) 桥路补偿法。桥路补偿法是利用电桥输出的和、差原理来完成应变片温度误差的补偿。根据补偿片的工作方式,桥路补偿法可分为以下两种:

① 补偿片法。如图 2.2.9 所示,工作应变片  $R_1$  是作为电桥的一个臂来测量应变的,补偿应变片  $R_2$  与  $R_1$  的性能完全相同,它被粘贴在一块不受力作用且与  $R_1$  的试件材料相同的试件上,接入  $R_1$  的相邻臂,  $R_3$  和  $R_4$  为电桥平衡电阻。传感器工作时,应尽量使  $R_1$  和  $R_2$  在同一温度场中。当工作环境温度变化时,  $R_1$  和  $R_2$  的电阻值都将发生变化,但由于它们是同一种应变材料并且贴在同样的试件上,当变化温度相同时,由于温度所造成的  $R_1$  和  $R_2$  的变化值相等,即  $\Delta R_{1t} = \Delta R_{2t}$ 。因为  $R_1$  和  $R_2$  是相邻两臂,所以  $\Delta R_{1t}$  和  $\Delta R_{2t}$  在桥路输出时会相互抵消,从而使温度误差得到补偿。

补偿片法的优点是简单方便,补偿效果较好。其缺点是补偿片的放置受到现场工作条