第1章

数学建模及数学建模竞赛

数学是研究现实世界数量关系和空间形式的科学，其在产生和发展的历史长河中，一直和各种各样的应用问题紧密相关。数学的特点不仅在于概念的抽象性、逻辑的严密性、结论的明确性和体系的完整性，而且在于应用的广泛性。经济发展的全球化、计算机技术的迅猛发展及数学理论与方法的不断扩充，使得数学不仅成为当代高科技的一个重要组成部分和思想库，而且成为一种能够普遍实施的技术。

1.1 数学建模

在大学教学中，数学建模既是一种用于培养大学生利用现有知识解决数学实际问题的手段，也是一个解决实际问题的重要策略。通过计算得到的结果来解释实际问题，并接受实际的检验，来建立数学模型的全过程即为数学建模。全国大学生数学建模竞赛既是全国高校中规模较大的课外科技活动之一，也是世界上建模竞赛规模最大的。数学建模大赛可以培养大学生用数学方法解决实际问题的意识和能力，同时也可以培养大学生的团结合作精神。

1.1.1 数学模型与数学建模的基础知识

1. 原型和模型的概念

原型（prototype）和模型（model）是一对对偶体。

1）原型

原型是指人们在现实世界里关心、研究或者从事生产、管理的实际对象。在科技领域里，原型通常使用系统（system）、过程（process）等词汇，如机械系统、电力系统、生态系统、生命系统、社会经济系统，又如钢铁冶炼过程、导弹飞行过程、化学反应过程、污染扩散过程、生产销售过程、计划决策过程等，本书所述的现实对象、研究对象和实际问题等均指原型。

2）模型

模型是指为某个特定目的将原型的某一部分信息减缩、提炼而构成的原型替代物。模型是把对象实体通过适当的过滤，用适当的表现规则描绘成简洁的模仿品。通过这个模仿

品，人们可以了解所研究实体的本质，而且在形式上便于对实体进行分析和处理。

模型一般是人们十分熟悉的事物，如玩具、照片及展览会里的电站模型、火箭模型等实物模型；地图、电路图、分子结构图等经过一定抽象的符号模型；大型水箱中的舰艇模型、风洞中的飞机模型等物理模型。每一个从客观世界中抽象出来的数学概念、数学分支，都是客观世界中某种具体事物的数学模型。例如，自然数 1 就是具体的 1 只羊、1 头牛等的数学模型，而直线就是光线、木棍等的数学模型。

需要注意的是，一般人们构造模型是有一定的目的性的。模型不是原型原封不动的复制品，原型有各个方面和各种层次的特征，而模型只要求反映与某种目的有关的那些方面和层次的特征。一个原型因为不同的目的可以有很多不同的模型，模型的基本特征是由构造模型的目的决定的，如展厅里的飞机模型（外形上逼真，但是不一定会飞）、航模竞赛的模型飞机（具有良好的飞行性能，在外观上不必苛求）。在设计、试制飞机的过程中，设计、试制人员会用大的数学模型和计算机进行模拟（要求在数量规律上真实反映飞机的飞行动态特征，绝不涉及飞机的实体）。

2. 模型的分类

用模型替代原型的方式来分类，模型可以分为物质模型（形象模型）和理想模型（抽象模型）。前者包括直观模型和物理模型，后者包括思维模型、符号模型和数学模型。

1）物质模型

（1）直观模型。直观模型是指那些供展览用的实物模型，以及玩具、照片等，通常是把原型的尺寸按比例缩小或放大，主要追求外观上的逼真，这类模型的效果是一目了然的。

（2）物理模型。物理模型是指科技工作者为了达到一定的目的，根据相似原理构造的模型，它不仅可以显示原型的外形或某些特征，而且可以用来进行模拟试验，间接地研究原型的某些规律，如风洞中的飞机模型用来试验飞机在气流中的空气动力学特性。使用这类模型时，应该注意验证原型与模型间的相似关系，以确定模拟试验结果的可靠性。物理模型的优点是可以得到具有实用价值的结果，但存在着成本高、时间长、不灵活等缺点。

2）理想模型

（1）思维模型。思维模型是指通过人们对原型的反复认识，将获取的知识以经验的形式直接存于大脑中，从而可以根据思维或直觉做出相应的决策。通常所说的某些领导者凭经验做决策就是如此。思维模型易于被人们接受，通过它也可以在一定条件下获得满意的结果，但它往往具有模糊性、片面性、主观性和偶然性等缺点，难以对它的假设条件进行检验，并且不便于人们之间的相互沟通。

（2）符号模型。符号模型是指在一定约束条件或假设下借助于专门的符号、线条等，按一定形式组合起来描绘原型，如地图、电路图、化学结构式等。符号模型具有简明、方便、目的性强及非量化等特点。

（3）数学模型。数学模型是由数字、字母或其他数学符号组成的，用于描述现实对象数量规律的数学公式、图形或算法。

【例 1-1】 （航行问题）甲、乙两地相距 750 km，船从甲地到乙地顺水航行需 30 h，从乙地到甲地逆水航行需 50 h，问船速、水速各为多少？

解 若用 x,y 分别代表船速和水速，则可以得到以下方程组：

$$\begin{cases}30(x+y)=750\\50(x-y)=750\end{cases}$$

实际上，这组方程就是上述航行问题的数学模型。列出方程组后，原问题已转化为纯粹的数学问题。方程的解 $x=20$ km/h 和 $y=5$ km/h 最终给出了航行问题的答案。

从例 1-1 中，我们可以看出建立数学模型的基本内容，具体有如下几点：

①根据建立数学模型的目的和问题的背景做出必要的简化假设(例 1-1 中，假设航行中的船速和水速为常数)。

②用字母表示待求的未知量(例 1-1 中，x，y 分别代表船速和水速)。

③利用相应的物理或其他规律(例 1-1 中，匀速运动的距离等于速度乘时间)列出数学式子(例 1-1 中，列出的二元一次方程)。

④求出数学上的解答(例 1-1 中，$x=20$，$y=5$)。

⑤利用解答解释原问题(例 1-1 中，船速和水速分别为 20 km/h 和 5 km/h)。

⑥利用实际现象来验证上述结果。

综上所述，可以将数学模型描述为：对于现实世界中的一个特定对象，为了一个特定的目的，根据特有的内在规律做出一些必需的简化假设，运用恰当的数学工具得到的一个数学结构。

本课程重点不在于介绍现实对象的数学模型是什么样子，而是要讨论建立数学模型的全过程。建立数学模型简称为数学建模或建模。数学建模就是建立数学模型，建立数学模型的过程就是数学建模的过程。数学建模是一种数学的思考方法，是运用数学的语言和方法，通过抽象、简化来建立能近似刻画并解决实际问题的一种强有力的数学手段。

当应用数学去解决各类实际问题时，建立数学模型是十分关键的一步，同时也是十分困难的一步。建立教学模型的过程，是把错综复杂的实际问题简化、抽象为合理的数学结构的过程。首先要通过调查和收集数据资料，观察和研究实际对象的固有特征及内在规律，抓住问题的主要矛盾，建立反映实际问题的数量关系；然后利用数学的理论、方法去分析和解决问题。这就需要建立数学模型者具有深厚扎实的数学基础、敏锐的洞察力和丰富的想象力，对解决实际问题具有浓厚的兴趣，同时要有广博的知识面。

为了满足科学技术发展的需要和培养高质量、高层次的科技人才，数学建模已经在大学教育中被逐步开展起来，国内外越来越多的大学已经开始了数学建模课程的教学和参加开放性的数学建模竞赛，将数学建模的教学和竞赛作为高等院校的教学改革及培养高层次科技人才的重要方面。目前，我国的许多院校正在将数学建模与教学改革结合起来，努力探索更有效的数学建模的教学方法。

1.1.2 数学建模的一般步骤

下面先来看一个例子，通过这个例子来了解数学建模的一般步骤。

【例 1-2】 (崖高的估算)假如你站在崖顶，身上只带了一只具有跑表功能的计算器，你也许会出于好奇心想用扔下一块石头听回声的方法来估算山崖的高度，假定你能准确地测定时间，你又怎样来推算山崖的高度呢?

解　方法一：假定空气阻力不计，则可以直接利用自由落体运动的公式

$$h=\frac{1}{2}gt^2$$

来计算山崖的高度。例如，设 $t=4\ \mathrm{s}$，$g=9.81\ \mathrm{m/s^2}$，则可求得 $h\approx78.5\ \mathrm{m}$。

方法二：除地球引力外，对石头下落影响最大的便是空气阻力。根据流体力学的知识，此时可设空气阻力正比于石头下落的速度，阻力系数 K 为常数，因而，由牛顿第二定律可得

$$F=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=mg-Kv \tag{1-1}$$

式(1-1)中的 K 与手中的石头的形状有关，而石头的下落时间与所捡石头的形状无关(除非所捡的石头的形状太过特殊)。在式(1-1)的符号两边同时除以石头的质量 m，并令 $k=K/m$，则有

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=g-kv \tag{1-2}$$

注意：这里的 k 与石头无关。

式(1-2)是一个一阶常系数线性微分方程，其解为

$$v=C\mathrm{e}^{-kt}+\frac{g}{k} \tag{1-3}$$

代入初始条件 $v(0)=0$，得 $C=g/k$，故有

$$v=\frac{g}{k}-\frac{g}{k}\mathrm{e}^{-kt} \tag{1-4}$$

再积分一次，得到

$$h=\frac{g}{k}t+\frac{g}{k^2}\mathrm{e}^{-kt}+C \tag{1-5}$$

代入初始条件 $h(0)=0$，得到计算山崖高度的公式为

$$h=\frac{g}{k}t+\frac{g}{k^2}\mathrm{e}^{-kt}-\frac{g}{k^2}=\frac{g}{k}\left(t+\frac{1}{k}\mathrm{e}^{-kt}\right)-\frac{g}{k^2} \tag{1-6}$$

查资料确定空气的阻力系数，若设 $k=0.05$，并仍设 $t=4\ \mathrm{s}$，则可求得 $h\approx73.6\ \mathrm{m}$。由于考虑了空气阻力，这一结果应当比方法一得到的结果更接近实际高度。

细心的读者一定会发现，还有一些问题需要考虑。

问题 1 方法一既然是不考虑空气阻力时得出的公式，那么当令式(1-6)中的 $k=0$ 时，该公式应还原为自由落体公式；但式(1-6)中的 k 在分母上，不能直接令 $k=0$，借助极限概念，只需将 e^{-kt} 用泰勒公式展开为 $\mathrm{e}^{-t}=1-kt+\frac{k^2t^2}{2}+o(k^2t^2)$，代入式(1-6)，并令 $k\to0^+$，即可得到 $\lim\limits_{k\to0}+h=\frac{1}{2}gt^2$。

问题 2 听到回声后再按计算器，计算得到的时间中将包含反应时间。反应时间虽然不长，但石头落地时的速度已变得较大，所以对计算结果的影响仍然较大。如何解决这一问题呢？由于无法知道某次具体测量时的反应时间究竟有多长，因此只好用平均反应时间来代替反应时间。例如，$t=4\ \mathrm{s}$，反应时间为 $0.1\ \mathrm{s}$，扣除反应时间后的时间为 $3.9\ \mathrm{s}$，代入式(1-6)，求得 $h\approx69.9\ \mathrm{m}$。

问题 3 石头下落的时间并不是 $3.9\ \mathrm{s}$，因为 $3.9\ \mathrm{s}$ 里还包括了声音传回来所需要的时间(回声时间)。为此，令石头下落的真正时间为 t_1，声音传回来的时间为 t_2，还必须解一个方程组，即

$$\begin{cases} h=\dfrac{g}{k}\left(t_1+\dfrac{1}{k}\mathrm{e}^{-kt_1}\right)-\dfrac{g}{k^2} \\ h=340t_2 \\ t_1+t_2=3.9 \end{cases}$$

虽然已假定声音速度为 340 m/s,但由于这一方程组是非线性的,因而求解起来不太容易。因为相对于石头速度,声音速度要快得多,所以可用方法二先求一次 h,令 $t_2=h/340$,校正 t,求石头下落的时间 $t_1\approx t-t_2$;将 t_1 代入 $h=\dfrac{g}{k}\left(t_1+\dfrac{1}{k}\mathrm{e}^{-kt_1}\right)-\dfrac{g}{k^2}$ 再算一次,即可求得崖高的近似值。例如,若 $h=69.9$ m,则 $t_2\approx 0.21$ s,故 $t_1\approx 3.69$ s,求得 $h\approx 62.3$ m,显然,最后的结果应当最接近山崖的实际高度。

从上面的例子可以看出,建立数学模型的过程大致可分为以下几个步骤:

(1)了解问题的实际背景,明确建模目的,收集并掌握必要的数据资料。这一步骤可以看成为建立数学模型而做的前期准备工作。因为如果对实际问题没有较为深入的了解,就无从下手建模;而对实际问题的了解,有时还需要建模者对实际问题做一番深入细致的调查研究。

(2)在明确建模目的、掌握必要资料的基础上,通过对资料的分析计算,找出起主要作用的因素,经必要的精炼和简化,提出若干符合客观实际的假设。本步骤是建模的关键所在,因为其后的所有工作和结果都是建立在这些假设的基础之上的,也就是说,科学研究揭示的并非绝对真理,它揭示的是:假定提出的假设是正确的,人们可以推导出一些什么样的结果。

(3)在所做假设的基础上,利用适当的数学工具去刻画各变量之间的关系,建立相应的数学结构,即建立数学模型。采用什么类型的数学结构和数学工具要根据实际问题的特征来确定,并无固定的模式。对同一个实际问题,可采用不同的数学方法建立不同的数学模型。一般来讲,在能够达到预期目的的前提下,所用的数学工具越简单越好。

(4)模型求解。为了得到结果,建模者还应对模型进行求解,根据模型的不同特点,求解可能包括解方程、图解、逻辑推理、定理证明等不同的方面,当难以得出解析解时,还应借助计算机来求出数值解。

(5)模型的分析与检验。假设是否正确或者是否基本可靠,建模者还应用求解得到的结果进行检验。建立数学模型的目的是认识世界、改造世界,建模的结果应当能解释已知现象,预测未来的结果,提供处理研究对象的最优决策或控制方案。实践是检验真理的唯一标准,只有经得起实践检验的结果才能被人们广泛接受。由此可见,模型求解并非建模的最终目的,只有在证明了建模结果能经得起实践检验时,建模者才能认为完成了自己预定的研究任务。

如果检验结果与事实不符,只要不是在求解中存在推导或计算上的错误,那就应该检查和分析在假设中是否有不合理或不够精确之处,发现后应修改假设重新进行建模,直到结果令人满意为止。

综上所述,数学建模的过程大致可以概括为图 1-1 所示的流程。

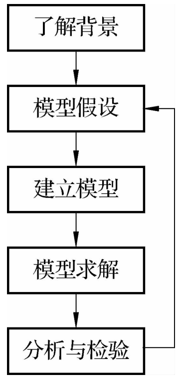

图 1-1　数学建模的过程

1.1.3　数学建模的意义

作为用数学方法解决实际问题的第一步，数学建模自然有着与数学同样悠久的历史。两千多年以前创立的欧几里得几何、17 世纪发现的牛顿万有引力定律，都是科学发展史上数学建模的成功范例。随着数学以空前的广度和深度向一切领域渗透，以及电子计算机的出现和广泛普及，数学建模越来越受到人们的重视。我们可以从以下几方面来看数学建模在现实世界中的重要意义：

(1)在一般工程技术领域，数学建模仍然大有用武之地。在以声、光、热、力、电这些物理学科为基础的诸如机械、电机、土木、水利等工程技术领域中，数学建模的普遍性和重要性不言而喻，虽然它们的基本模型是已有的，但是由于新技术、新工艺的不断涌现，出现了许多需要用数学方法解决的新问题；高速、大型计算机的飞速发展，使得过去即便有了数学模型也无法求解的问题(如大型水坝的应力计算、中长期天气预报等)迎刃而解；建立在数学模型和计算机模拟基础上的 CAD 技术，以其快速、经济、方便等优势大量地替代了传统工程设计中的现场实验、物理模拟等手段。

(2)在高新技术领域，数学建模几乎是必不可少的工具。无论是发展通信、航天、微电子、自动化等高新技术本身，还是将高新技术用于传统工业去创造新工艺、开发新产品，计算机技术支持下的建模和模拟都是被经常使用的有效手段。数学建模、数值计算和计算机图形学等相结合形成的计算机软件已经被固化于产品中，在许多高新技术领域起着核心作用，被认为是高新技术的特征之一。在这个意义上，数学不再仅仅作为一门科学，而是许多技术的基础，直接走向了技术的前台。国际上一位学者提出了“高科技在本质上是一种数学技术”的观点。

(3)数学迅速进入一些新领域，为数学建模开拓了许多新的处女地。随着数学向诸如经济、人口、生态、地质等非物理领域的渗透，一些交叉学科(如计量经济学、人口控制论、数学生态学、数学地质学等)应运而生。一般来说，不存在作为支配关系的物理定律，当用数学方法研究这些领域中的定量关系时，数学建模就成为首要的、关键的步骤和这些学科发展与应用的基础。在这些领域里建立不同类型、不同方法、不同深浅程度模型的余地相当大，为数学建模提供了广阔的空间。马克思曾说过，一门科学只有成功地运用数学时，才算达到了完

善的地步。未来，数学必将大踏步地进入所有学科，数学建模将迎来蓬勃发展的新时期。

1.1.4 数学建模的应用

今天，在国民经济和社会活动的以下诸多方面，数学建模都有着非常具体的应用：

1. 分析与设计

例如，描述药物浓度在人体内的变化规律以分析药物的疗效；建立跨音速空气流和激波的数学模型，用数值模拟设计新的飞机翼型。

2. 预报与决策

生产过程中产品质量指标的预报、气象预报、人口预报、经济增长预报等，都要有预报模型。使经济效益最大的价格策略、使费用最少的设备维修方案，都是决策模型的例子。

3. 控制与优化

电力、化工生产过程的最优控制，以及零件设计中的参数优化，都要以数学模型为前提。建立大系统控制与优化的数学模型，是迫切需要和十分棘手的课题。

4. 规划与管理

生产计划、资源配置、运输网络规划、水库优化调度，以及排队策略、物资管理，等等，都可以用运筹学模型来解决。

1.1.5 数学模型的分类

基于不同角度或不同目的，数学模型可以有多种不同的分类。

1. 根据人们对实际问题了解的深入程度分类

根据人们对实际问题了解的深入程度的不同，可以将数学模型分为白箱模型、灰箱模型和黑箱模型。假如我们把所要研究的问题比喻成一只箱子里的机关，通过输入数据（信息）、建立数学模型（比喻成箱子）来获取我们原先并不清楚的结果，如图 1-2 所示。

图 1-2 数学模型示意

如果问题的机理比较清楚，内在的关系较为简单，这样的模型就被称为白箱模型。如果问题的机理极为复杂，人们对它的了解极其浅薄，几乎无法进行精确的定量分析，这样的模型就被称为黑箱模型；而介于两者之间的模型，则被称为灰箱模型。当然，这种分类方法是较为模糊的，是相对而言的；况且，随着科学技术的不断进步，今天的黑箱模型明天也许会成为灰箱模型，而今天的灰箱模型不久之后也可能成为白箱模型。

2. 根据模型中变量的特征分类

根据模型中变量的特征的不同，可以将数学模型分为连续型模型、离散型模型或确定型模型、随机型模型等。

3. 根据建模中所用到的数学方法分类

根据建模中所用到的数学方法的不同，可以将数学模型分为初等模型、微分方程模型、差分方程模型和优化模型等。本书希望通过实例剖析来反映各种数学方法在建模中的应

用,故本书各章主要采用的是这种分类方法。

此外,对于一些人们较为重视或对人类活动影响较大的实际问题的数学模型,常常也可以按研究课题的实际范畴来分类,如人口模型、生态模型、交通流模型、经济模型、社会模型和军事模型等。

1.2 大学生数学建模竞赛

1.2.1 大学生数学建模竞赛的发展历史

1985 年,在美国出现了一种名为“数学建模竞赛”(mathematical competition in modeling,1988 年改其全称为 mathematical contest in modeling,MCM)的活动。这并不是偶然的。在 1985 年以前,美国只有一种大学生数学竞赛——普特南数学竞赛(The william lowell putnam mathematial competition,简称 Putman),该数学竞赛由美国数学协会(Mathematical Association of America,MAA)主持,于每年 12 月的第一个星期六分两试进行,每年一次。数学建模竞赛自创立以来在国际上产生了很大的影响,现已成为一项国际性的大学生的著名赛事。该竞赛于每年 2 月或 3 月举行。

我国自 1989 年参加这一竞赛以来,历届均取得优异成绩。经过数年参加美国赛表明,中国大学生在数学建模方面是有竞争力和创新能力的。1990 年 12 月,上海市举办了“上海市大学生(数学类)数学模型竞赛”,这是我国省、市级首次举办的数学建模竞赛。1992 年 4 月,西安市举办了“西安市第一届大学生数学模型竞赛”。1992 年 11 月,中国工业与应用数学学会(China Society for Industrial and Applied Mathematics,CSIAM)举办了“1992 年全国大学生数学模型联赛”;1994 年起,由国家教委(现国家教育部)高教司和中国工业与应用数学学会共同主办这一竞赛,以后每年秋季举办一次。该竞赛开始只有本科组(A,B 题),自 1999 年开始又增加了专科组(C,D 题)。这项竞赛是国家教育行政部门认可的大学生四项(另外三项是电子设计、机械设计和结构设计)学科竞赛之一。

全国大学生数学建模竞赛创办于 1992 年,每年一届,面向对象为全国高等院校的学生,不分专业[但竞赛分本科、专科两组:本科组竞赛,所有的大学生均可参加;专科组竞赛,只有专科生(包括高职、高专学生)可以参加]。目前,全国大学生数学建模竞赛已成为全国高校规模最大的基础性学科竞赛,也是世界上规模最大的数学建模竞赛。2015 年,来自全国 33 个省、市、自治区(包括香港和澳门特区)及新加坡和美国的 1 326 所院校、28 665 个队(其中,本科组25 646 队、专科组 3 019 队)、近 86 000 名大学生报名参加本项竞赛。

数学建模竞赛与通常的数学竞赛不同,它的竞赛题目均来自实际问题或有明确的实际背景。它的宗旨是培养大学生用数学方法解决实际问题的意识和能力,整个赛事是完成一篇包括问题的阐述分析、模型的假设和建立、计算的结果及其讨论的论文。通过训练和比赛,同学们不仅用数学方法解决实际问题的意识和能力会有很大的提高,而且在团结合作发

挥集体力量攻关，以及撰写科技论文等方面也会得到十分有益的锻炼。

1.2.2 大学生数学建模竞赛的意义

与我国高校的其他数学类课程相比，数学建模具有难度大、涉及面广、形式灵活、对教师和学生要求高等特点。数学建模的教学本身是一个不断探索、不断创新、不断完善和提高的过程。为了改变过去以教师为中心、以课堂讲授为主、以知识传授为主的传统教学模式，数学建模课程的指导思想是：以实验室为基础、以学生为中心、以问题为主线、以培养能力为目标来组织教学工作。通过教学使学生了解利用数学理论和方法分析及解决问题的全过程，提高他们分析问题和解决问题的能力；增强他们学习数学的兴趣及应用数学的意识和能力，使他们在以后的工作中能经常性地想到用数学方法解决问题；增强他们尽量利用计算机软件及当代高新科技成果的意识，能将数学、计算机有机地结合起来，以解决实际问题。

数学建模以学生为主，教师利用一些事先设计好的问题进行启发，引导学生主动查阅文献资料和学习新知识，鼓励学生积极开展讨论和辩论，培养学生主动探索、努力进取的学风，培养学生从事科研工作的初步能力，培养学生团结协作的精神，形成一个良好的环境和气氛。教学过程的重点是创造一个环境来诱发学生的学习欲望，培养他们的自学能力，提高他们的数学素质和创新能力。提高他们的数学素质，强调的是其获取新知识的能力，是解决问题的过程，而不是获得的知识和结果。学生学习数学建模课程和参加全国大学生数学建模竞赛的意义有以下几点：

(1)培养创新意识和创造能力。

(2)训练快速获取信息和资料的能力。

(3)锻炼快速了解和掌握新知识的技能。

(4)培养团队合作意识和团队合作精神。

(5)增强写作技能和排版技术。

(6)训练人的逻辑思维和开放性思考方式。

1.2.3 参加大学生数学建模竞赛的原因

为什么要参加大学生数学建模竞赛？如果只能用一句话来回答，那就是：因为大学生数学建模竞赛是培养学生创新能力和竞争能力的极好的、具体的载体。下面分别从学校、教师和学生的角度来谈谈为什么要参加大学生数学建模竞赛。

1. 从学校的角度

从学校的角度来看，全心全意地把学校搞好(高质量的教学、高百分比的就业率、高水平的教师队伍及提高知名度等)是学校追求的办学目标。为此，学校需要考虑以下几个问题：

(1)对数学的重要性要有充分的认识。学生将来的发展和成就是与他们坚实的数学基础密切相关的，但是现在的数学教学确实有许多不足之处有待改善，特别是如何做到不仅教知识，而且使所教知识能用来解决实际问题有待加强。因此，让部分师生参与到数学建模的活动中，特别是大学生数学建模竞赛中，将有利于推动教学改革。

(2)提高教师的教学水平。鼓励教师组织学生参加大学生数学建模竞赛等数学建模活

动，既可以帮助教师进一步了解用数学来解决实际问题的途径，又可以帮助数学教师了解其他专业要用到什么样的数学知识及怎样用这些数学知识，从而对怎样提高自己的教学水平，怎样使数学教学更好地为其他专业课，甚至专业课题的研究服务提出具体的想法和切实可行的措施，最终达到提高教师的专业水平和教学水平，提高学校整体教学水平的目的。

(3)组织和培训好参加大学生数学建模竞赛的学生。现在各个高校(包括高职高专院校)越来越重视大学生数学建模竞赛，无论哪个层次的院校都会有一批对数学学习兴趣浓厚、基础知识扎实、应用能力灵活的学生。通过培育培训，引导这些学生参与到大学生数学建模竞赛中，就显得尤为重要。这些学生的加入有助于提升大学生数学建模竞赛的质量，对大学生今后的工作与生活将产生深远的影响；同时对提高各高校的办学质量、创新教学方式、培养具有创新创业意识的应用型人才有着极其深远的意义。

2. 从教师的角度

(1)要求教师进一步学习并刻苦钻研数学建模的教学方法，思考怎样在赛前帮助学生，调动学生主动学习的积极性，在赛后和学生一起总结提高。这有助于提高教师的教学水平和专业水平。

(2)教师对教学改革应有具体的想法，以使自己的教学风格和教学内容更受学生的欢迎。

(3)因为深入了解，甚至亲身实践和体验了怎样用数学去解决实际问题，就为和其他专业的教师进行交流切磋，甚至合作打下了很好的基础，有可能大大提高教师自身的应用数学科研水平。

3. 从学生的角度

从学生的角度来看，参加大学生数学建模竞赛能帮助他们增强创新能力和竞争能力，培养其优秀的品质，从某种意义上说，可以使学生提前了解今后走向工作岗位时所需要的能力和品质。

1.2.4 参加大学生数学建模竞赛的流程

1. 赛前培训

接受数学建模竞赛赛前培训的学生大都需要学习诸如数理统计、最优化、图论、微分方程、计算方法、神经网络、层次分析法、模糊数学、数学软件包的使用等"短课程"(或讲座)，用的学时不多，多数是启发性地讲一些基本的概念和方法，充分调动学生的积极性，充分发挥学生的潜能。培训广泛采用讨论班的形式，学生自己报告、讨论和辩论，教师主要起质疑、答疑和辅导的作用。

一般情况下，赛前培训可分为以下三个阶段：

(1)细水长流和集中培训结相合。最好是在大学二年级一开始就有一个课外活动小组或选修课，时间可以是周末的一个半天。

(2)竞赛培训内容可以是教师启发式地讲授微积分、线性代数、概率统计初步及数学软件等方面的扩充知识。该培训主要是要提高学生的自学能力，更重要的是用讨论班的形式让学生具体了解竞赛要完成什么任务。在讨论班中，教师既要尽可能地起到启发和答疑的

主导作用，又要用心观察学生在学习过程中出现的问题。

(3)举办2～3次模拟考试，使学生适应实战情形。这个阶段的主要目的是提高学生自身的表达能力和论文写作水平。

2. 三天的竞赛

这三天的竞赛既能体现学生培训的成果，又能充分展现学生的应变能力。在竞赛过程中，主要应该做好以下事情：

(1)要有充分的时间审题，展开充分的讨论，写下曾经讨论过的所有假设的做法，作为模型需要修改时的参考。

(2)首先应针对题目的要求进行数学建模，回答题目中的问题；再做进一步的发挥。

(3)开始就要有一位队员负责写论文的初稿，特别要写好摘要。写摘要时，语句要通顺，要实事求是，引用别人的成果时一定要说明，并在参考文献中注明。要有精益求精的精神，反复仔细阅读、检查和修改论文。

(4)因为在三天内不可能把三个人的想法都实现，在交卷前记下自己曾经有过的(不一定来得及做的)设想、解法及查到的参考文献，以备赛后继续阶段使用。

3. 赛后继续阶段

竞赛结束并不意味着对参赛学生挑战的终结，从某种意义上说，是真正收获的开始。

(1)绝大多数的同学在参赛的三天里可能有很多想法，但由于时间限制而无法一一尝试，因而也不知道这些想法是否可行。另外，对于已经得到的成果是否存在缺陷，也需要进行推敲、研究和总结。

(2)对于指导教师或其他青年教师来说，对竞赛题目的深入研究往往提供了很好的科研课题。事实也确实如此，只要看一下教师或学生在相关期刊(包括国外的期刊，如 *Journal of mathematical and computer modeling*)上发表的与竞赛题目有关的论文就可以知道。通过对竞赛题目的深入研究，不仅可以提高教师或学生的学术水平，增强其研究能力，而且可以提高教师的教学水平。此外，这些研究成果还会产生很好的社会效益和经济效益。

1.2.5 大学生数学建模竞赛的赛题题型

赛题题型由以下三部分组成：

1. 实际问题背景

(1)涉及面宽，有社会、经济、管理、生活、环境、自然现象、工程技术、现代科学中出现的新问题。

(2)一般都有一个比较确切的现实问题。

2. 若干假设条件

假设条件有以下几个：

(1)只有过程、规则等定性假设，无具体定量数据。

(2)给出若干实测或统计数据。

(3)给出若干参数或图形。

(4)蕴含着某些机动、可发挥的补充假设条件，或者参赛者可以通过自己的收集或模拟

产生数据。

3. 要求回答的问题

要求回答的问题往往有几个，答案一般不是唯一的。

(1)比较确定性的答案(基本答案)。

(2)更细致或更高层次的讨论结果(往往是讨论最优方案的提法和结果)。