



中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学金典学案（基础模块·上）

金典学案编写组 编

开明出版社

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学 金典学案

基础模块·上

金典学案编写组 编

- 梳理知识线
- 详解重难点
- 加强随堂练



开明出版社



定价: 35.00元

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学

金典学案

基础模块·上

金典学案编写组 编

- 梳理知识线
- 详解重难点
- 加强随堂练



开明出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学金典学案：基础模块·上 / 金典学案编写组编.
北京：开明出版社，2024. 6. —ISBN 978-7-5131
-9080-0

I. G634. 603

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2024T0N771 号

责任编辑：张薇薇

SHUXUE JINDIAN XUEAN(JICHU MOKUAI • SHANG)

数学金典学案(基础模块·上)

金典学案编写组 编

出版：开明出版社

(北京市海淀区西三环北路 25 号 邮编 100089)

印刷：三河市骏杰印刷有限公司

开本：880 mm×1230 mm 1/16

印张：11.25

字数：252 千字

版次：2024 年 6 月第 1 版

印次：2024 年 6 月第 1 次印刷

定价：35.00 元

印刷、装订质量问题，出版社负责调换。联系电话：(010)88817647

我们为什么要推出“金典学案”系列？

2020年,教育部发布了中等职业学校语文、数学、英语、思想政治、历史等学科的课程标准,这些课程标准是指导中等职业学校(以下简称中职学校)教师教学和学生学习的重要指南。

2020年版课程标准的制定是中职教育改革的重要举措,旨在培养适应社会发展需要的高素质劳动者和技能型人才,因此,该课程标准对中职学校教师的“教”与学生的“学”均提出了诸多新要求。

为了帮助广大中职学校的师生更准确地把握课程标准的精神,我们在深入研究课程标准、学科教材,以及各地职教高考的特点与发展趋势的基础上,精心编写了这套“金典学案”。

“金典学案”系列有什么特色？

“金典学案”的主体内容按照“课前预习—课中探究—课后巩固”的思路进行编写,包含单元测试卷、期中测试卷和期末测试卷。各部分的定位及使用方法建议如下表所示。

内容	定位	使用方法建议
课前预习	对课堂上将要讲解的知识进行重难点提示或提供背景介绍,帮助学生提前进入学习状态	学生自主学习,或在教师指导下学习
课中探究	辅助教师引导学生对课本知识进行应用、探究,帮助学生掌握学习的重难点,领会核心知识,提升核心素养	以教师引导为主,师生充分互动、探究,形式可多样化
课后巩固	针对课堂所讲解的知识点,辅以相应的练习题,帮助学生进行巩固提升,做到学以致用	可作为学生的随堂作业或课后作业
测试卷	参考考试常见题型命制独立试卷,重视对知识点的综合考查,阶段性地检测学生的学习成果	教师可组织学生进行集中测试,然后评分,最后做测试数据分析

衷心希望“金典学案”能为广大中职学校的师生提供有力的帮助,助力广大中职学子驶入成才“快车道”!

金典学案编写组





第 1 章 集合 1

1.1 集合及其表示 2

 1.1.1 集合的概念 2

 1.1.2 集合的表示法 6

1.2 集合之间的关系 11

 1.2.1 子集 11

 1.2.2 真子集和集合相等 14

1.3 集合的运算 19

 1.3.1 交集 19

 1.3.2 并集 22

 1.3.3 补集 25

第 2 章 不等式 29

2.1 不等式的基本性质 30

 2.1.1 实数的大小 30

 2.1.2 不等式的性质 33

2.2 区间 37

2.3 一元二次不等式 42

2.4 含绝对值的不等式 46

 2.4.1 不等式 $|x| < a$ 和 $|x| > a (a > 0)$ 46

 2.4.2 不等式 $|ax + b| < c$ 和 $|ax + b| > c (c > 0)$ 48

2.5 不等式应用举例 53



**第3章 函数** 56

3.1 函数的概念	57
3.2 函数的表示方法	61
3.3 函数的性质	67
3.3.1 函数的单调性	67
3.3.2 函数的奇偶性	70
3.3.3 几种常见的函数	74
3.4 函数的应用	79

第4章 三角函数 84

4.1 角的概念的推广	85
4.1.1 任意角	85
4.1.2 终边相同的角	89
4.2 弧度制	92
4.2.1 弧度制的概念	92
4.2.2 弧度制的应用	95
4.3 任意角的三角函数	98
4.3.1 任意角的三角函数定义	98
4.3.2 单位圆与三角函数	101
4.4 同角三角函数的基本关系	106
4.5 诱导公式	110
4.5.1 $2k\pi + \alpha (k \in \mathbf{Z})$ 与 $-\alpha$ 的诱导公式	110
4.5.2 $\pi + \alpha$ 与 $\pi - \alpha$ 的诱导公式	114
4.6 正弦函数的图像和性质	118
4.7 余弦函数的图像和性质	122
4.8 已知三角函数值求角	126

第1章

集 合





1.1

集合及其表示



1.1.1 集合的概念

学习目标

1. 通过阅读,理解并熟练叙述集合与元素的概念及二者的关系.
2. 通过阅读,总结并掌握集合与元素及其关系的数学符号.
3. 通过小组讨论,总结集合的分类,掌握几个常见数集的符号.
4. 通过训练,能运用元素的属性解决有关问题.



课前——知识·梳理

1. 集合的概念:将某些确定的对象看成一个整体就构成一个集合,简称集;组成这个集合的对象称为这个集合的元素.
2. 集合与元素的符号:一般用大写英文字母 A, B, C, \dots 表示集合,用小写英文字母 a, b, c, \dots 表示集合的元素.
3. 集合与元素的关系:
 - (1) 如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A ,记作 $a \in A$,读作“ a 属于 A ”;
 - (2) 如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A ,记作 $a \notin A$,读作“ a 不属于 A ”.
4. 常见的数集的符号:实数集 \mathbf{R} ;有理数集 \mathbf{Q} ;整数集 \mathbf{Z} ;正整数集 \mathbf{N}^* ;自然数集 \mathbf{N} .
5. 含有有限个元素的集合叫作有限集;含有无限个元素的集合叫作无限集.
6. 不含任何元素的集合叫作空集,记作 \emptyset .
7. 集合中的元素的属性:
 - (1) 确定性:是指组成集合的对象是确定的,即对于任何一个具体的对象,它或者属于这个集合,或者不属于这个集合,二者必居其一;
 - (2) 互异性:是指同一集合中不能出现相同的元素;
 - (3) 无序性:是指集合中的元素没有一定的顺序.



课中——练习·探究

当堂检测

1. 用符号“ \in ”或“ \notin ”填空.

$$4 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R} \quad -2.5 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q} \quad 2.1 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z} \quad 3 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$$

$$0 \underline{\hspace{1cm}} \emptyset \quad 3.14 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R} \quad 1.5 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q} \quad -1 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$$

2. 用“有限集”“无限集”或“空集”填空.

由元素 a, b 组成的集合是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

所有大于 -4 小于 0 的实数组成的集合是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

所有大于 -4 小于 0 的整数组成的集合是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

所有大于 -4 小于 0 的自然数组成的集合是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. $1, 2, 3, 4$ 与 $4, 3, 2, 1$ 构成的集合是否是同一个集合?

答: $\underline{\hspace{2cm}}$, 根据的是元素的 $\underline{\hspace{1cm}}$ 性.

4. 由 $-1, -2, 0, 2, 3, 0, -2, 3$ 构成的集合的元素个数是 8 吗?

答: $\underline{\hspace{2cm}}$, 根据的是元素的 $\underline{\hspace{1cm}}$ 性, 共有 $\underline{\hspace{1cm}}$ 个元素.

5. 判断下列各组对象是否能构成集合.

(1) 比较大的数;

(2) 大于 $10\ 000$ 的自然数;

(3) 接近 0 的实数;

(4) 同学们喜欢的书.

归纳探究

小组讨论 $0, \{0\}$ 与 \emptyset 的区别与联系.



课后——巩固·提升

一、选择题

1. 下列关系正确的是 ()

A. $-2 \in \mathbf{N}$

B. $\frac{1}{2} \in \mathbf{Z}$

C. $5 \notin \mathbf{Q}$

D. $\frac{1}{4} \in \mathbf{R}$

2. 下列关系不正确的是 ()

A. $0 \in \mathbf{N}$

B. $-4 \in \mathbf{R}$

C. $2.1 \in \mathbf{Q}$

D. $1.5 \in \mathbf{Z}$

3. 下列关系正确的是 ()

A. $0 \notin \emptyset$

B. $0 \in \emptyset$

C. $\{0\} \in \emptyset$

D. $1 \in \emptyset$

4. 下列对象构成的集合是无限集的是 ()

A. 高一年级身高超过 175 cm 的学生

B. 方程 $x^2=1$ 的解

C. 所有大于 0 小于 5 的偶数

D. 所有大于 3 的实数

5. 下列对象构成的集合是有限集的是 ()

A. 小于 3 的有理数

B. $-1, 0, 1$

C. 所有的梯形

D. 不等式 $x \geq 2$ 的解

6. 下列对象构成的集合是空集的是 ()

A. 大于 1 的所有整数

B. $x^2=9$ 的实数解

C. 大于 0 小于 4 的有理数

D. 大于 -4 小于 0 的自然数

7. 下列对象能构成集合的是 ()

A. 商场里漂亮的衣服

B. 非常接近 0 的实数

C. 比较大的实数

D. 绝对值小于 5 的自然数

8. 下列对象不能构成集合的是 ()

A. 所有的三角形

B. 中国的四大发明

C. 方程 $2x+1=0$ 的解

D. 高一年级帅气的男孩

9. 下列集合不是空集的是 ()

A. 绝对值小于 0 的实数

B. $2x+1=0$ 的解集

C. $x^2 < 0$ 的解集

D. 小于 0 的自然数

10. 下列说法正确的是 ()

A. 集合 \mathbf{N} 是有限集

B. 0 是空集的元素

C. \emptyset 含有 0 个元素

D. 方程 $x^2=0$ 的解集是空集



二、填空题

1. 用符号“ \in ”或“ \notin ”填空.

$$-5 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{Z} \qquad \frac{1}{4} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{Q} \qquad 0.5 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{Z} \qquad -3 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{N}$$

$$\sqrt{2} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{R} \qquad \pi \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{R} \qquad \sqrt{6} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{Q} \qquad 0 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{N}^*$$

2. 用“有限集”“无限集”或“空集”填空.

由元素 0, 1, 2 组成的集合是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

由第一象限的点组成的集合是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

由方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的解组成的集合是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

由方程 $x^2 = -1$ 的实数解组成的集合是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

由不等式 $2x - 4 < 0$ 的解组成的集合是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 用元素的确定性, 可判定下列各组对象中能构成集合的是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

- ① 所有大于 4 的有理数;
- ② 比较大的自然数;
- ③ 同学们喜欢的体育项目;
- ④ 方程 $3x + 2 = 0$ 的解;
- ⑤ 比较接近 0 的实数.

4. (1) 若集合 M 由 $-2, a$ 两个元素组成, 且 $0 \in M$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 若集合 P 由 $-2, a^2$ 两个元素组成, 且 $1 \in P$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

1. 如果关于 x 的方程 $x^2 - 4x + a = 0$ 的解集中只有一个元素, 求 a 的值.



2. 如果关于 x 的方程 $ax^2 - 2x + 1 = 0$ 的解集中只有一个元素, 求 a 的值.

3. 若集合 A 由 $x-2, x^2, 5$ 三个元素组成, 且 $0 \in A$, 试求集合 A .

1.1.2 集合的表示法

学习目标

1. 通过阅读, 理解并熟练地叙述列举法与描述法的概念.
2. 通过小组讨论, 总结并掌握列举法与描述法的正确书写格式.
3. 通过训练, 了解列举法与描述法的适用范围.



课前——知识·梳理

1. 列举法: 是指将集合中的元素一一列出, 用逗号分隔, 再用花括号括为一个整体的方法. 一般格式为 $\{a, b, c, \dots\}$. 例如, 小于 3 的自然数组成的集合, 可用列举法表示为 $\{0, 1, 2\}$.



2. 描述法:利用集合中元素的特征性质来表示集合的方法,叫描述法.一般形式为{代表元素及其取值范围|元素的特征性质}.例如,小于3的所有实数组成的集合,用描述法表示为 $\{x \in \mathbf{R} | x < 3\}$.

注意:在不致混淆的情况下,可以省去竖线及左边部分,如所有直角三角形构成的集合可以表示为{直角三角形}.



课中——练习·探究

当堂检测

分别用列举法和描述法表示下列集合,并比较哪种表示方法较为合适;然后分别指出是有限集、无限集还是空集.

- (1) 小于3的自然数组成的集合;
- (2) 大于2且小于6的所有整数组成的集合;
- (3) 所有的偶数组成的集合.

归纳探究

试指出各组中的区别与联系:

1. $(1,2)$, $\{1,2\}$ 与 $\{(1,2)\}$.

2. \emptyset 与 $\{\emptyset\}$.

3. \mathbf{N} 与 $\{\mathbf{N}\}$.



一、选择题

1. 若 $A = \{-1, -2, 1, 2\}$, 则集合 A 的元素个数是 ()
A. 1
B. 2
C. 3
D. 4
2. 若 $A = \{(-1, -2), (1, 2)\}$, 则集合 A 的元素个数是 ()
A. 1
B. 2
C. 3
D. 4
3. 下列集合是用列举法表示的是 ()
A. $\{\text{绝对值小于 } 2 \text{ 的实数}\}$
B. $\{a, b\}$
C. $\{x \mid x^2 < 0\}$
D. $\{x \in \mathbf{N} \mid x < 1\}$
4. 下列集合是用描述法表示的是 ()
A. $\{0\}$
B. $\{\text{梯形}\}$
C. \mathbf{R}
D. \emptyset
5. 下列集合是无限集的是 ()
A. $\{\text{负数}\}$
B. $\{x \mid x^2 - 2x + 1 = 0\}$
C. $\{x \mid x^2 = 0\}$
D. $\{x \mid x^2 < -1\}$
6. 用列举法表示集合 $\{x \mid x(x-2) = 0\}$, 正确的是 ()
A. $0, 2$
B. $2, 0$
C. $\{0, 2\}$
D. $\{(0, 2)\}$
7. 与它的相反数相等的数组成的集合是 ()
A. $\{0\}$
B. $\{1\}$
C. $\{1, -1\}$
D. \emptyset
8. 下列集合中是空集的是 ()
A. $\{x \mid x^2 - 1 = 0\}$
B. $\{x \mid x^2 \geq 0\}$
C. $\{x \mid x^2 = 0\}$
D. $\{x \mid x^2 = -1\}$
9. 下列四个说法中, 正确的是 ()
A. 集合 $\{0, 1, 2, 0\}$ 是由四个元素组成的集合
B. $\{x \mid x^2 < 0\}$ 可用列举法表示为 $\{0\}$
C. 集合 $\{x \in \mathbf{N} \mid x < 10\}$ 由 9 个元素构成
D. $\{x \mid x^2 = 4\} = \{-2, 2\}$



二、填空题

1. 用符号“ \in ”或“ \notin ”填空.

$0 \underline{\quad} \{0,1\}$

$2 \underline{\quad} \{0,1\}$

$-2 \underline{\quad} \emptyset$

$-1 \underline{\quad} \{x \mid x^2=1\}$

$1 \underline{\quad} \{x \mid x^2=-1\}$

2. 绝对值等于 2 的实数构成的集合是_____.

三、解答题

1. 用列举法表示下列集合.

(1) 小于 5 的自然数构成的集合;

(2) 小于 100 的自然数构成的集合;

(3) 奇数集;

(4) 方程 $2x-1=0$ 的解集.

2. 用描述法表示下列集合.

(1) 小于 5 的实数构成的集合;

(2) 偶数集;

(3) x 轴上所有点构成的集合;

(4) 第一象限内所有点的集合.

3. 用描述法表示下列集合.

(1) $\{11, 12, 13, 14, 15, \dots\}$;

(2) $\{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$.

4. 用列举法表示下列集合.

(1) $A = \{x \mid -2 < x < 5, x \in \mathbf{Z}\}$;

(2) $B = \{(x, y) \mid 2x + y = 5, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$.



1.2

集合之间的关系



1.2.1 子 集

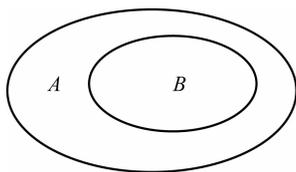
学习目标

1. 通过阅读,理解并熟练地叙述子集的概念及读法.
2. 通过阅读,掌握子集正确的书写格式及读法.
3. 通过小组讨论,总结出集合子集的个数与所含元素个数的关系.



课前——知识·梳理

1. 子集的定义:一般地,如果集合 B 的元素都是集合 A 的元素,那么集合 B 叫集合 A 的子集.
2. 符号:记作 $B \subseteq A$ 或 $A \supseteq B$.
3. 读法:读作 B 包含于 A ,或 A 包含 B .
4. 用图形表示为:



5. 任何一个集合都是它本身的子集,记作 $A \subseteq A$.
6. 空集是任何集合的子集,记作 $\emptyset \subseteq A$.
7. 符号 \in 、 \notin 与 \subseteq 、 \supseteq 的区别: \in 与 \notin 表示的是元素与集合的关系; \subseteq 与 \supseteq 表示的是集合与集合的关系.



课中——练习·探究

当堂检测

用符号“ \in ”“ \notin ”“ \subseteq ”或“ \supseteq ”填空.

0 _____ $\{0,1\}$ $\{0\}$ _____ $\{0,1\}$ $\{0,1\}$ _____ $\{0,1\}$

a _____ $\{a\}$ $\{a\}$ _____ $\{a,b,c\}$ $(0,2)$ _____ $\{0,2\}$
 \emptyset _____ $\{0\}$ \emptyset _____ $\{0,1\}$ 0 _____ \emptyset
 \emptyset _____ \mathbf{N} \mathbf{Q} _____ \mathbf{R} \mathbf{Z} _____ \mathbf{R}
 \mathbf{N}^* _____ \mathbf{Z} \mathbf{R} _____ \mathbf{N} $\frac{1}{4}$ _____ \mathbf{Z}
 $\{0,1,3,5\}$ _____ \mathbf{Z} $\{0,1,3,5\}$ _____ \mathbf{Q}
 3 _____ $\{x|x \geq 0\}$ $\{3\}$ _____ $\{x|x \geq 0\}$
 $\{x|x \geq 6\}$ _____ \mathbf{R} $\{x|1 \leq x \leq 3\}$ _____ \mathbf{R}
 $\{x|1 \leq x \leq 3\}$ _____ $\{x|0 \leq x \leq 4\}$ $\{x|-1 \leq x \leq 0\}$ _____ $\{x|x \leq 2\}$
 \mathbf{Z} _____ $\{x|x=2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$ $\{\sqrt{3}\}$ _____ \mathbf{R}

归纳探究

分别写出下列集合所有的子集、子集的个数及所含元素的个数.

集合	子集	元素个数	子集个数
\emptyset	\emptyset		
$\{1\}$	$\emptyset, \{1\}$		
$\{1,2\}$	$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}$		
$\{1,2,3\}$	$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\},$ $\{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}$		

小组讨论:若集合 A 含有 n 个元素,则它有 _____ 个子集.

课后——巩固·提升

一、填空题

- 若集合 $A = \{0,1,2,4\}$, 则集合 A 共有 _____ 个子集.
- 用符号“ \in ”“ \notin ”“ \subseteq ”或“ \supseteq ”填空.
 1 _____ $\{0,1\}$ $\{1\}$ _____ $\{0,1\}$
 $\{2,1\}$ _____ $\{1,2\}$ $\{6,7,8,9\}$ _____ \mathbf{Z}
 $\{0,2,4,8\}$ _____ \mathbf{Q} 7 _____ $\{x|x \geq 4\}$
 $\{5\}$ _____ $\{x|x \geq 0\}$ $\{x|2 \leq x \leq 3\}$ _____ $\{x|-1 \leq x \leq 4\}$
 $\{x|-1 \leq x \leq 5\}$ _____ $\{x|x \leq 5\}$



二、解答题

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 2 \leq x \leq 4\}$.

(1) 用列举法表示集合 A ;

(2) 写出集合 A 所有的子集.

2. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - x - 2 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 4x + p = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 p 的取值范围.

1.2.2 真子集和集合相等

学习目标

1. 通过阅读,理解并熟练地叙述真子集与集合相等的定义.
2. 通过阅读,掌握真子集与集合相等正确的书写格式与读法.
3. 通过小组讨论,探讨总结子集与真子集、集合相等的关系.

课前 —— 知识·梳理

1. 真子集

(1)定义:一般地,如果集合 B 是集合 A 的子集,且 A 中至少有一个元素不属于 B ,那么把 B 叫 A 的真子集.

(2)符号:记作 $B \subsetneq A$ 或 $A \supsetneq B$.

(3)读法:读作 B 真包含于 A 或 A 真包含 B .

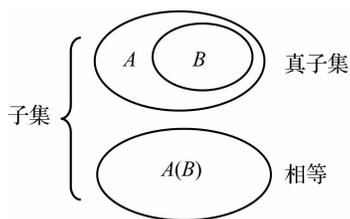
(4)空集是任何非空集合的真子集.

2. 集合相等

(1)定义:一般地,如果两个集合的元素完全相同,那么就说这两个集合相等.

(2)符号与读法:记作 $A=B$,读作 A 等于 B .

3. 子集与真子集、集合相等的关系:



课中 —— 练习·探究

当堂检测

1. 用符号“ \subsetneq ”“ \supsetneq ”或“ $=$ ”填空.

$\{0\} \underline{\hspace{2cm}} \{0,1\}$

$\{0,1\} \underline{\hspace{2cm}} \{0,1\}$

$\{a\} \underline{\hspace{2cm}} \{a,b,c\}$

$\emptyset \underline{\hspace{2cm}} \{0\}$

$\emptyset \underline{\hspace{2cm}} \{0,1\}$

$\{-1,1\} \underline{\hspace{2cm}} \{x|x^2=1\}$

$\emptyset \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{N}$

$\mathbf{Q} \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{R}$

$\mathbf{Z} \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{R}$

$\mathbf{N}^* \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{Z}$

$\mathbf{R} \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{N}$

$\mathbf{N}^* \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{N}$



$\{0,1,3,5\}$ _____ \mathbf{Z} $\{0.5,1,3,5\}$ _____ \mathbf{Q} $\{x|1 \leq x \leq 3\}$ _____ \mathbf{R}
 $\{\sqrt{7}\}$ _____ \mathbf{R} $\{x|1 \leq x \leq 3\}$ _____ $\{x|0 \leq x \leq 4\}$
 $\{x|-1 \leq x \leq 0\}$ _____ $\{x|x \leq 2\}$ \mathbf{Z} _____ $\{x|x=2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$
 $\{-2\}$ _____ $\{x|x^2=4\}$

2. 设 $A = \{0,1\}$, 试写出集合 A 的所有真子集, 并指出非空真子集.

3. 写出集合 $\{-3, -1, 1, 3\}$ 的所有子集, 并指出哪些是真子集.

归纳探究

设集合 A 含有 $n (n \neq 0)$ 个元素, 则集合 A 的真子集有 _____ 个; 非空真子集有 _____ 个.

课后——巩固·提升

一、选择题

- 若集合 $A = \{0, 1, 3\}$, 则集合 A 的子集个数为 ()
 A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
- 若集合 A 由 4 个元素构成, 则集合 A 的非空真子集的个数为 ()
 A. 13 B. 14 C. 15 D. 16
- 空集的子集个数为 ()
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 不确定
- 下列四个关系中不正确的是 ()
 A. $\emptyset \in \{0\}$ B. $\{0\} \subsetneq \{0, 1\}$
 C. $\emptyset \subsetneq \{0\}$ D. $\{-2, 2\} = \{x | x^2 = 4\}$
- 下列四个命题中正确的是 ()
 A. 空集没有子集 B. 空集是任何集合的真子集
 C. 0 是空集的一个元素 D. 空集没有真子集
- 下列各组中表示同一集合的是 ()
 A. $\{3, 14\}$ 与 $\{\pi\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ 与 $\{2, 0, 1\}$
 C. \emptyset 与 $\{0\}$ D. $\{(-1, 1)\}$ 与 $\{x | x^2 = 1\}$
- 下列关系错误的是 ()
 A. $\mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{N}$ B. $\{0, 1, 2, \dots\} = \mathbf{N}$
 C. $\mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{R}$ D. $\mathbf{N}^* \subsetneq \mathbf{N}$
- 下列表示数集的关系中正确的是 ()
 A. $\mathbf{R} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{N}$ B. $\mathbf{R} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{N}$
 C. $\mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{R}$ D. $\mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{R}$

二、填空题

- 用“ \subsetneq ”“ \supsetneq ”或“ $=$ ”填空.
 \emptyset _____ $\{0, 1, 3\}$ \emptyset _____ $\{x \in \mathbf{R} | x^2 = -1\}$
 $\{\text{三角形}\}$ _____ $\{\text{直角三角形}\}$
 $\{1, 3, 5, \dots\}$ _____ $\{\text{正奇数}\}$ _____ $\{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$
 $\{\dots - 4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$ _____ $\{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$
- 集合 $\{x | x^2 < 0\}$ 的子集有 _____ 个.
- 集合 $\{x | x^2 = 9\}$ 的真子集有 _____ 个.
- 集合 $\{-4, -2, 0, 2\}$ 的非空子集有 _____ 个.



三、解答题

1. 设集合 $A = \{0, 1\}$, 集合 $B = \{0, 3, a^2\}$, 且 $A \subseteq B$, 求 a 的值.

2. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 \leq x \leq 3\}$.

(1) 用列举法表示集合 A ;

(2) 写出集合 A 所有的子集;

(3) 写出集合 A 所有的非空真子集.

3. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x + y = 2\}$, $B = \{(0, 2), (1, 1)\}$, 试判断集合 A 与 B 的关系.

4. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, 集合 $B = \{x | x = ab, a \in A, b \in A\}$.

(1) 用列举法写出集合 B ;

(2) 判断集合 B 和集合 A 的关系.

5. 已知集合 $A = \{1, 1+m, 1+2m\}$, $B = \{1, n, n^2\}$, 其中 $m, n \in \mathbf{R}$, 若 $A = B$, 求 m, n 的值.



1.3

集合的运算



1.3.1 交 集

学习目标

1. 通过阅读,理解并熟练地叙述交集的定义.
2. 通过小组讨论,总结并掌握交集正确的书写格式及读法.
3. 通过训练,进一步掌握交集的运算.

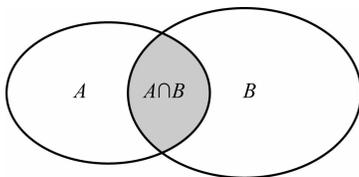


课前——知识·梳理

1. 定义:对于给定的集合 A, B ,由既属于 A 又属于 B 的所有元素组成的集合叫 A 与 B 的交集.记作 $A \cap B$,读作“ A 交 B ”.

2. 用描述法表示为: $\{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

3. 用图形表示为:



4. 交集的性质:

$$(1) A \cap B = B \cap A;$$

$$(2) A \cap A = A;$$

$$(3) A \cap \emptyset = \emptyset;$$

$$(4) A \cap B \subseteq A;$$

$$(5) A \cap B \subseteq B.$$



课中——练习·探究

当堂检测

1. 若集合 $A = \{0, 2\}, B = \{1, 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
2. 若集合 $A = \{0, 1, 2\}, B = \{1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
3. 若集合 $A = \{0, 2\}, B = \{0, 2\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
4. 若集合 $A = \{\text{三角形}\}, B = \{\text{直角三角形}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.



二、填空题

1. 若集合 $A=\{0,1,2\}$, $B=\{-1,1,2\}$, $C=\{0,1,3\}$, 则 $A\cap B\cap C=$ _____.
2. 若集合 $A=\{x\in\mathbf{N}|x<6\}$, $B=\{x\in\mathbf{N}|x\geq 4\}$, 则 $A\cap B=$ _____.
3. 若集合 $A=\{x|x<6\}$, $B=\{x|x\geq 4\}$, 则 $A\cap B=$ _____.
4. 若集合 $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{b,d\}$, 且 $A\cap B\subseteq C$, 则 C 中至少有 _____ 个元素.

三、解答题

1. 若集合 $A=\{x|2x-1<5\}$, $B=\{x|3x+1\geq 4\}$, 求 $A\cap B$.

2. 已知集合 $A=\{x|-3<x<2\}$, $B=\{x|x\geq m\}$, 且 $A\cap B$ 为空集, 求 m 的取值范围.

3. 已知 $A = \{x | a \leq x \leq a + 3\}$, $B = \{x | x > 1 \text{ 或 } x < -6\}$, 且 $A \cap B$ 为空集, 求 a 的取值范围.

4. 已知集合 $A = \{-4, 2a - 1, a^2\}$, $B = \{a - 5, 1 - a, 9\}$, 若 $A \cap B = \{9\}$, 求 a 的值.

1.3.2 并 集

学习目标

1. 通过阅读, 理解并熟练地叙述并集的定义.
2. 通过小组讨论, 总结并掌握并集正确的书写格式及读法.
3. 通过训练, 进一步掌握并集的运算.



2. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x > 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\{2, 3\}$ B. $\{1, 2, 3\}$

C. $\{x | 1 \leq x < 4\}$ D. \mathbf{N}

3. 若集合 $A = \{x | -1 < x < 3\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\{x | -1 < x \leq 5\}$ B. $\{x | 1 \leq x < 3\}$

C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. $\{x | 0 \leq x < 5\}$

4. 若集合 $A = \{4, 5, 7\}$, $B = \{4, 7, 8\}$, 则 $A \cup B$ 的真子集的个数为 ()

A. 3 B. 4

C. 15 D. 16

5. 若集合 $A = \{(x, y) | 3x + y = 3\}$, $B = \{(x, y) | x - y = 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $(1, 0)$ B. $\{(1, 0)\}$

C. $\{1, 0\}$ D. $\{(x, y) | 3x + y = 3 \text{ 或 } x - y = 1\}$

6. 下列四个命题错误的是 ()

A. $A \cup A = A$ B. $A \cup \emptyset = A$

C. $A \cup B \supseteq A$ D. $A \cup B \subseteq B$

7. 若集合 $A = \{x | x^2 = 1\}$, $B = \{x | x = 0\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. 1 B. $\{1\}$

C. $\{-1, 0, 1\}$ D. \emptyset

8. 若集合 $A = \{0, x^2\}$, $B = \{1, 4\}$, $A \cup B = \{0, 1, 4\}$, 则 $x =$ ()

A. ± 1 B. 2

C. ± 1 或 ± 2 D. 不能确定

二、填空题

1. 若集合 $A = \{0, 3, 5\}$, $B = \{-1, 3, 6\}$, $C = \{0, 1, 3\}$, 则 $A \cap B \cup C =$ _____.

2. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 7\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 5\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

3. 若集合 $A = \{x | -4 < x < 6\}$, $B = \{x | x \geq 3\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

4. 若集合 $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{1, 6\}$, 且 $A \cup B \supseteq C$, 则 C 中最多有 _____ 个元素.

三、解答题

1. 已知集合 $A = \{x | -4 < x < m\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 0\}$, 且 $A \cup B = A$, 求 m 的取值范围.



2. 已知 $A = \{x | a \leq x \leq a + 3\}$, $B = \{x | x > 1 \text{ 或 } x < -6\}$, 且 $A \cup B = B$, 求 a 的取值范围.

3. 已知集合 $A = \{1, 5\}$, $B = \{1, 2, x^2 - 1\}$, 若 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$, 求 x 及 $A \cap B$.

1.3.3 补集

学习目标

1. 通过阅读, 理解并熟练地叙述补集的定义.
2. 通过小组讨论, 总结并掌握补集的正确书写格式及读法.
3. 通过训练, 进一步掌握补集的运算.



课前——知识·梳理

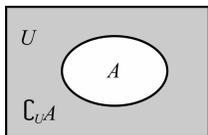
1. 全集: 在研究某些集合时, 这些集合常常是一个给定的集合的子集, 这个给定的集合叫作全集, 常用 U 表示. 在研究数集时, 经常把实数集 \mathbf{R} 作为全集.

2. 补集: 如果集合 A 是全集 U 的子集, 那么由全集 U 中不属于 A 的所有元素组成的集合叫作 A 在 U 中的补集. 记作 $\complement_U A$, 读作“ A 在 U 中的补集”.



用描述法表示为: $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.

用图形表示为:



3. 补集的性质:

(1) $A \cap \complement_U A = \emptyset$;

(2) $A \cup \complement_U A = U$;

(3) $\complement_U(\complement_U A) = A$;

(4) $\complement_U U = \emptyset, \complement_U \emptyset = U$.



课中 —— 练习·探究

当堂检测

1. 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.

2. 设集合 $U = \{\text{三角形}\}$, 集合 $A = \{\text{直角三角形}\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.

3. 设全集 $U = \{\text{某职业学校的学生}\}$, 集合 $A = \{\text{某职业学校的女学生}\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.

4. 若 $U = \mathbf{R}, A = \{x | x < 2\}, B = \{x | x \geq -1\}$, 用双色笔在数轴上分别表示出 A 与 $\complement_U A, B$ 与 $\complement_U B$, 并求出 $\complement_U A$ 与 $\complement_U B$.



课后 —— 巩固·提升

一、选择题

1. 若集合 $U = \{1, 3, 5, 7\}, A = \{3, 5\}$, 则 $\complement_U A =$ ()

A. $\{5\}$

B. $\{3, 5\}$

C. $\{1, 7\}$

D. $\{1, 3, 5, 7\}$

2. 若集合 $U = \mathbf{R}, A = \{x | x < 3\}$, 则 $\complement_U A =$ ()

A. $\{x | x < 3\}$

B. $\{x | x \leq 3\}$

C. $\{x | x > 3\}$

D. $\{x | x \geq 3\}$



2. 设全集 $U = \{0, 1, 2, 5, 7\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 5\}$, 集合 $B = \{2, 5, 7\}$, 求 $A \cap B, A \cup B, \complement_U A \cup \complement_U B$.

3. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 0 \leq x < 2\}$, 集合 $B = \{x | -1 < x < 3\}$, 求 $A \cap B, A \cup B, \complement_U A \cap B$.



课外——拓展·阅读

集合论——悖论

一天, 萨维尔村理发师挂出了一块招牌: “村里所有不自己理发的男人都由我给他们理发, 我也只给这些人理发。”于是有人问他: “您的头发由谁理呢?” 理发师顿时哑口无言。因为, 如果他给自己理发, 那么他就属于自己给自己理发的那类人。但是, 招牌上说明他不给这类人理发, 因此他不能自己理。如果由另外一个人给他理发, 他就是不给自己理发的人。但是, 招牌上明明说他要给所有不自己理发的男人理发, 因此, 他应该自己理。由此可见, 不管做怎样的推论, 理发师所说的话总是自相矛盾的。这是一个著名的悖论, 称为“罗素悖论”。这是由英国哲学家罗素提出来的, 他把关于集合论的一个著名悖论用故事通俗地表述出来。

第 1 章单元测试卷(A)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分)

1. 下列对象能构成集合的是 ()
 A. 同学们喜欢的书籍 B. 非常接近 1 的数
 C. 绝对值小于 2 的所有实数 D. 比较大的数
2. 下列集合是有限集的是 ()
 A. $\{x|x<3\}$ B. $\{0\}$ C. $\{\text{梯形}\}$ D. \mathbf{R}
3. 下列关系不正确的是 ()
 A. $0 \notin \emptyset$ B. $0 \in \emptyset$ C. $\emptyset \subseteq \{0\}$ D. $\emptyset \supseteq \{0\}$
4. 集合 $\{x|x^2=9\}$ 用列举法可表示为 ()
 A. $-3, 3$ B. $3, -3$ C. $\{-3, 3\}$ D. $\{(-3, 3)\}$
5. 下列集合是用描述法表示的是 ()
 A. $\{0, 3\}$ B. $\{\text{三角形}\}$ C. \mathbf{Z} D. \emptyset
6. 若集合 $A=\{0, 1, 3\}$, 则集合 A 中真子集的个数为 ()
 A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
7. 若集合 $A=\{3, 5\}$, $B=\{0, 2, 5\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{0, 2\}$ B. $\{2, 5\}$ C. $\{5\}$ D. $\{0, 2, 3, 5\}$
8. 若 $A=\{0, a\}$, $B=\{1, -1, 2\}$, 且 $A \cup B = \{0, 1, -1, 2\}$, 则 $a =$ ()
 A. 0 B. 1 或 2 C. 2 D. 1 或 -1 或 2
9. 若集合 $U=\{1, 3, 5, 7\}$, $A=\{1, 3, 5\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 A. $\{7\}$ B. $\{3, 5\}$ C. $\{1, 7\}$ D. $\{1, 3, 5, 7\}$
10. 设集合 $A=\{1, 2, 3\}$, 集合 B 满足 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, 则集合 B 的个数为 ()
 A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 4 分,共 24 分)

1. 用“ \in ”“ \notin ”“ \supseteq ”或“ \supsetneq ”填空.

-2 _____ \mathbf{N} 3. 14 _____ \mathbf{R} π _____ \mathbf{Q}
 \emptyset _____ $\{1, 3, 5\}$ $\{\text{正三角形}\}$ _____ $\{\text{三角形}\}$

2. 若集合 M 由 $5, a$ 两个元素组成, 且 $0 \in M$, 则 $a =$ _____.

3. 若 $A=\{x|x<2\}$, $B=\{x|x \geq 0\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

4. 若集合 $U=\{0, 1, 2, 3\}$, $A=\{0, 2\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.

5. 若集合 $U=\mathbf{R}$, $A=\{x|x \geq 2\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.

6. 已知集合 $A=\{(x, y)|x+y=1\}$, $B=\{(x, y)|2x-y=2\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

三、解答题(本大题共 4 小题,每小题 9 分,共 36 分)

1. 设 $A=\{x \in \mathbf{N} | x < 3\}$.

(1) 用列举法表示集合 A ;

(2) 写出集合 A 所有的真子集.

2. 设 $U=\{x \in \mathbf{N} | x < 5\}$, $A=\{1, 2\}$, $B=\{0, 2, 4\}$, 求 $A \cap B, A \cup B, \complement_U A$.

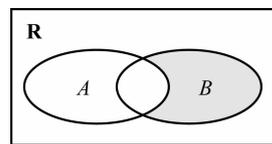
3. 设 $U=\mathbf{R}$, $A=\{x|x<3\}$, $B=\{x|x\geq 1\}$, 求 $A\cap B, A\cup B, \complement_U A, \complement_U(A\cap B)$.

4. 设 $A=\{x|x^2-mx+3=0\}$, $B=\{x|x^2-5x+n=0\}$, 且 $A\cap B=\{3\}$, 求 m 和 n 的值.

第 1 章单元测试卷(B)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分)

1. 下列说法正确的是 ()
 - A. 由 1,2,3 组成的集合可表示为{1,2,3}或{3,2,1}
 - B. \emptyset 与{0}是同一个集合
 - C. 集合 $\{x|y=x^2-1\}$ 与集合 $\{y|y=x^2-1\}$ 是同一个集合
 - D. 一年级数学课本中较难的题能构成一个集合
2. 下列元素与集合的关系中,正确的是 ()
 - A. $-1 \in \mathbf{N}$
 - B. $0 \notin \mathbf{N}^*$
 - C. $\sqrt{3} \in \mathbf{Q}$
 - D. $\frac{2}{5} \notin \mathbf{R}$
3. 已知 A 是由 $0, m, m^2-3m+2$ 这三个元素组成的集合,且 $2 \in A$,则实数 m 为 ()
 - A. 2
 - B. 3
 - C. 0 或 3
 - D. 0,2,3 均可
4. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | -2 < x < 3\}$,则集合 A 的所有非空真子集的个数是 ()
 - A. 6
 - B. 7
 - C. 14
 - D. 15
5. 已知集合 $A = \{x | x^2 = 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x \geq a\}$,若 $A \subseteq B$,则实数 a 的取值范围是 ()
 - A. $(-\infty, -1)$
 - B. $(1, +\infty)$
 - C. $(-\infty, -1]$
 - D. $[1, +\infty)$
6. 已知集合 $A = \{x | -1 \leq x < 2\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$,则 $A \cap B =$ ()
 - A. $\{-1, 0, 1, 2\}$
 - B. $\{-1, 0, 1\}$
 - C. $\{0, 1, 2\}$
 - D. $\{x | -1 \leq x < 2\}$
7. 已知集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | 1 < x < 4\}$,则 $A \cup B =$ ()
 - A. $\{x | 1 < x \leq 3\}$
 - B. $\{x | 0 \leq x < 4\}$
 - C. $\{x | 1 \leq x \leq 3\}$
 - D. $\{x | 0 < x < 4\}$
8. 已知全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$,集合 $A = \{1, 5\}$,集合 $B = \{2\}$,则集合 $(\complement_U A) \cup B =$ ()
 - A. $\{0, 2, 3, 4\}$
 - B. $\{0, 3, 4\}$
 - C. $\{2\}$
 - D. \emptyset
9. 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) | x - y = 4\}$,则集合 $M \cap N$ 为 ()
 - A. $x = 3, y = -1$
 - B. $(3, -1)$
 - C. $\{3, -1\}$
 - D. $\{(3, -1)\}$
10. 已知 \mathbf{R} 是实数集,集合 $A = \{x | -3 < x + 1 \leq 4\}$, $B = \{x | 1 - x > 0\}$,则下图中阴影部分表示的集合是 ()



- A. $\{x | -4 < x \leq 3\}$
- B. $\{x | -4 < x < 1\}$
- C. $\{x | 1 < x \leq 3\}$
- D. $\{x | x \leq -4\}$

二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 4 分,共 24 分)

1. 若 $1 \in \{a, a^2\}$,则 a 的值是_____.
2. 若集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0\}$ 中只有一个元素,则 a 的值是_____.
3. 满足 $\{a\} \subseteq M \subseteq \{a, b, c, d\}$ 的集合 M 共有_____个.
4. 若集合 $A = \{1, x\}$, $B = \{1, x^2\}$,且 $A = B$,则 $x =$ _____.
5. 已知集合 $A = \{1, 2\}$,集合 $B = \{x | x^2 - 2x < 0\}$,则 $A \cap B =$ _____.
6. 已知 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x \leq 1 \text{ 或 } x > 3\}$, $B = \{x | x > 2\}$,则 $(\complement_U A) \cup B =$ _____.

三、解答题(本大题共 4 小题,每小题 9 分,共 36 分)

1. 已知 $A = \{a, b, c\}$.

- (1)求集合 A 的子集的个数,并判断 \emptyset 与集合 A 的关系;
- (2)请写出集合 A 的所有非空真子集.

2. 设 $A = \{-4, 2, a-1, a^2\}$, $B = \{9, a-5, 1-a\}$,已知 $A \cap B = \{9\}$,求 a 的值,并写出集合 A, B .

3. 已知全集 $U = \{x | x \leq 4\}$, 集合 $A = \{x | -2 < x < 3\}$, $B = \{x | -3 < x < 3\}$. 求 $A \cap B$, $\complement_U(A \cup B)$, $(\complement_U A) \cap B$.

4. 已知集合 $A = \{x | ax^2 - 3x + 2 = 0, x \in \mathbf{R}, a \in \mathbf{R}\}$.

(1) 若 A 是空集, 求 a 的取值范围;

(2) 若 A 中只有一个元素, 求 a 的值, 并求集合 A ;

(3) 若 A 中至多有一个元素, 求 a 的取值范围.